Chapitre ⑧ : La proportionnalité et la fonction linéaire

I - La proportionnalité:

1) Tableau de proportionnalité:

* Exemple: On considère le tableau suivant:

2,5	3	4	7
7,5	9	12	21

$\times 3$; $\div 3$

On remarque que : $\frac{7,5}{2,5} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{21}{7} = 3$

* On dit que ce tableau représente une relation de proportionnalité.
* Le nombre 3 s'appelle le coefficient de proportionnalité.
* Remarque:

Si on représente les données de ce tableau dans un repère orthonormé telque les nombres de la première ligne sur l'axe des abscisses et les nombres de la deuxième ligne sur l'axe des ordonnés, on trouve que tous les points sont alignés avec le centre du repère

2) La quatrième proportionnelle:

a) Définition:

La valeur de x dans le tableau telque $\frac{x}{c} = \frac{b}{a}$ s'appelle la quatrième proportionnelle

a	c
b	x

b) Exemple:

Soit le tableau suivant

25	14,5
5	x

Déterminons ~~x~~

* Méthode ①: La diagonale

On a: $x = \frac{5 \times 14,5}{25} = 2,9$

* Méthode ②: Coefficient de proportionnalité

On a $\frac{5}{25} = 0,2$

donc 0,2 est le coefficient de proportionnalité

et on a $14,5 \times 0,2 = 2,9$

donc $\boxed{x = 2,9}$

II - La fonction linéaire:

1) Définition:

Soit a un nombre réel

La relation qui lie chaque nombre réel x avec le nombre ax s'appelle une fonction linéaire f de coefficient a

et on écrit : $f(x) = ax$

* le nombre $f(x)$ s'appelle l'image de x
* et le nombre x s'appelle antécédent de $f(x)$

* Remarques:

Si f est une fonction linéaire de coefficient a :

→ $f(0) = 0$

→ $f(1) = a$

→ L'antécédent de y est $\frac{y}{a}$

2) Exemple:

On considère la fonction linéaire $f(x) = 3x$

son coefficient est 3

→ Calculons les images des nombres $0; 1; 2; -3; \frac{5}{3}; \frac{-7}{6}$

* $f(0) = 3 \times 0 = 0$
* $f(1) = 3 \times 1 = 3$
* $f(2) = 3 \times 2 = 6$
* $f(-3) = 3 \times (-3) = -9$
* $f(\frac{5}{3}) = 3 \times \frac{5}{3} = 5$
* $f(\frac{-7}{6}) = 3 \times (\frac{-7}{6}) = \frac{-7}{2}$

L'image de 1 est 3

L'image de $\frac{5}{3}$ est 5 et ainsi de suite

→ Calculons les antécédents du 9, -12 ; 15

* On a $\frac{9}{3}=3$

donc l'antécédent de 9 est 3 càd $f(3)=9$

* On a $\frac{-12}{3}=-4$

donc l'antécédent de -12 est -4 càd $f(-4)=-12$

* On a $\frac{15}{3}=5$

donc l'antécédent de 15 est 5 càd $f(5)=15$

3) Coefficient de la fonction linéaire :

a) Propriété :

Si f est une fonction linéaire et x un nombre réel non nul.

Alors son coefficient est : $a=\frac{f(x)}{x}$

b- Exemple :

f une fonction linéaire telque $f(-3)=6$

Déterminons le coefficient de la fonction f et $f(x)$

On a f est une fonction linéaire, donc :

son coefficient est : $a=\frac{f(-3)}{-3}=\frac{6}{-3}=-2$

donc : $f(x)=-2x$

4) Représentation graphique d'une fonction linéaire :

a) Propriété :

(O,I,J) un repère orthonormé

La représentation graphique d'une fonction linéaire f est une droite qui passe par l'origine O et le point $A(1,a)$

b) Exemple :

On considère la fonction linéaire $f(x)=-2x$

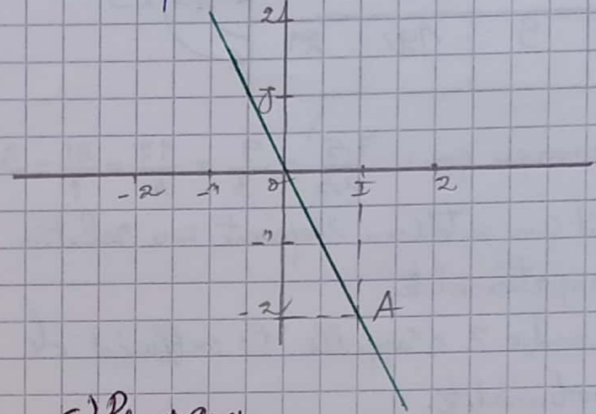
On veut construire la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé (O,I,J)

On a $f(0)=0$ et $f(1)=-2$

On considère le tableau suivant :

x	0	1
$f(x)$	0	-2

Donc la représentation graphique de la fonction f est une droite qui passe par les deux points $O(0;0)$ et $A(1;-2)$



c) Remarques :

* On a $f(1)=a$ Donc la droite passe par le point $A(1;a)$
* $A(x,y)$ appartient à la représentation graphique de la fonction f signifie $f(x)=y$
* Pour trouver l'image d'un nombre x par une fonction f graphiquement, on trace la droite verticale passante par x qui coupe la représentation graphique de f dans un point de coordonnées y telque $f(x)=y$
* Pour trouver l'antécédent de y par une fonction f graphiquement, on trace la droite horizontale passante par y qui coupe la représentation graphique de f dans un point d'abscisse x qui est l'antécédent de y càd $f(x)=y$