

Chapitre ①: Calcul littéral

I. Expression littérale et réduction:

1°/ Définition

Une expression littérale est une expression dans laquelle figurent des nombres et des lettres.

2°/ Exemples:

On considère les expressions littérales suivantes:

$$A = 2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{2}x + 11$$

$$B = 2x(3x^2 + 2x - \frac{1}{3}) - \frac{2}{3}x(5x - 1)$$

Remarque:

Les nombres $2x^3$, $5x^2$, $\frac{1}{2}x$, 11 s'appellent les termes de l'expression A

3°/ Réduire une expression littérale

a) Définition:

Réduire une expression littérale, c'est la simplifier en regroupant les termes qui se ressemblent, du plus grand au plus petit exposant.

b) Exemples:

Réduisons les expressions littérales suivantes:

$$A = 3x^2 - 2x + 4 - 5x^2 + 11x^3 + 1 + 7x + x^3$$

$$= 11x^3 + x^3 + 3x^2 - 5x^2 - 2x + 7x + 4 + 1$$

$$= 12x^3 - 2x^2 + 5x + 5$$

$$B = 3x - 2x^5 + 2x^3 - x^5 - 11 - 5x^3 + 7x^5 + 6 - 10x$$

$$= -2x^5 + 7x^5 + x^5 + 2x^3 - 5x^3 + 3x - 10x - 11 + 6$$

$$= 5x^5 - 3x^3 - 7x - 5$$

II. Développement et réduction d'une expression littérale:

1°/ Développement d'une expression:

a) Définition:

Développer c'est transformer un produit en une somme ou une différence.

Autrement dit: a, b, c, d et K des nombres rationnels

$$\begin{aligned} Kx(a+b) &= Kxa + Kxb \\ Kx(a-b) &= Kxa - Kxb \\ (a+b)(c+d) &= ac + ad + bc + bd \end{aligned}$$

b) Exemples:

Développons les expressions suivantes:

$$A = 2x(3x - 5)$$

$$= 2x \times 3x - 2x \times 5$$

$$= 6x^2 - 10x$$

$$B = -3x(2x^2 - 4x - 1)$$

$$= -3x \times 2x^2 + 3x \times 4x + 3x \times 1$$

$$= -6x^3 + 12x^2 + 3$$

$$C = \left(\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}\right)\left(-4x + \frac{5}{2}\right)$$

$$= -\frac{1}{2}x \times 4x + \frac{1}{2}x \times \frac{5}{2} + \frac{3}{4} \times 4x - \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$$

$$= -2x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{12x}{4} - \frac{15}{8}$$

$$= -2x^2 + \frac{17}{4}x - \frac{15}{8}$$

c) Exercice d'application:

Développer et réduire si possible les expressions littérales suivantes:

$$A = -3x(-2 + 4x)$$

$$B = \frac{1}{2}x(6x - 4)$$

$$C = -2x(2x^2 - x + 4) - 3x(5 + x)$$

$$D = \left(3x - \frac{1}{2}\right)(2x + 4)$$

$$E = -2x(-3x + 5)(-5x - 7)$$

Solution:

$$A = -3x(-2 + 4x) = 6x - 12x^2$$

$$B = \frac{1}{2}x(6x - 4)$$

$$= \frac{6}{2}x^2 - \frac{4}{2}x = 3x^2 - 2x$$

$$C = -2x(2x^2 - x + 4) - 3x(5 + x)$$

$$= -4x^3 + 2x^2 - 8x - 15x - 3x^2$$

$$= -4x^3 - x^2 - 23x$$

$$D = \left(3x - \frac{1}{2}\right)(2x + 4)$$

$$= 6x^2 + 12x - \frac{2}{2}x - \frac{4}{2}$$

$$= 6x^2 + 12x - x - 2$$

$$= 6x^2 + 11x - 2$$

$$E = -2x(-3x + 5)(-5x - 7)$$

$$= (6x^2 - 10x)(-5x - 7)$$

$$= -30x^3 - 42x^2 + 50x^2 + 70x$$

$$= -30x^3 + 8x^2 + 70x$$

2° Développement et identités remarquables

a) Propriétés:

a et b deux nombres rationnels

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

b) Exemples:

$$A = \left(2x + \frac{1}{3}\right)^2$$

$$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$= 4x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{1}{9}$$

$$B = \left(\frac{3}{2}x - 2\right)^2$$

$$= \left(\frac{3}{2}x\right)^2 - 2 \times \frac{3}{2}x \times 2 + 2^2$$

$$= \frac{9}{4}x^2 - 6x + 4$$

$$C = \left(2x + \frac{5}{3}\right)\left(2x - \frac{5}{3}\right)$$

$$= (2x)^2 - \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$= 4x^2 - \frac{25}{9}$$

III - Factorisation d'une expression littérale

1° Définition

Factoriser c'est transformer une somme ou une différence en un produit.

Autrement dit, K, a et b nombres rationnels.

Factorisation

$$Kxa + Kxb = Kx(a+b)$$

$$Kxa - Kxb = Kx(a-b)$$

2° Factorisation et facteur commun

Exemples: Factorisons les expressions suivantes:

Alors on cherche le facteur commun

$$A = 5x^2 + 3x = x(5x + 3)$$

$$B = 6x^4 - 2x^3 + 8x^2$$

$$= 2x^2(3x^2 - x + 4)$$

$$C = 3x(x+1) - 5(x+1)$$

$$= (x+1)(3x-5)$$

$$D = (2x+5)^2 + 7x(2x+5) - (2x+5)$$

$$= (2x+5)[(2x+5) + 7x - 1]$$

$$= (2x+5)(2x+5+7x-1)$$

$$= (2x+5)(9x+4)$$

3° Factorisation et identités remarquables

a) Propriétés:

a, b deux nombres rationnels

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

b) Exemples:
Factorisons les expressions suivantes:

$$\begin{aligned}A &= 25x^2 + 20x + 4 \\ &= (5x)^2 + 2 \times 5x \times 2 + 2^2 \\ &= (5x + 2)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= 49x^2 - 42x + 9 \\ &= (7x)^2 - 2 \times 7x \times 3 + 3^2 \\ &= (7x - 3)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C &= 9x^2 - 16 \\ &= (3x)^2 - 4^2 \\ &= (3x - 4)(3x + 4)\end{aligned}$$