Série 3

Exercice 1 :

1°/- Calculer :

$$A = -\frac{2}{3} + \frac{7}{6} - \frac{1}{4} - 2 \qquad B = \frac{5+\frac{1}{3}}{2-\frac{2}{3}} \qquad C = \frac{\frac{\frac{1}{101}}{10101}}{\frac{10101}{\frac{101}{1}}}$$

2°/- Donner l'écriture scientifique des nombres : 158 ; 8 ; 174 ; 0,0478 ; 0,00000032

3°/- Soient a ; b et c deux nombres réels :

a°/- Simplifier : $-2(a+b-c) - 3(a-b+c) + 4(5a-b)$

b°/- Montrer que : $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) = (b-a)(a-c)(c-b)$

c°/- Montrer que :

$$\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} = 0 \qquad (a \neq b \neq c)$$

Exercice 2 :

1°/- Calculer : $\sqrt{5^2 \times 3^3} + \sqrt{75} - 11\sqrt{3} + 2\sqrt{243}$; $(\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{5})$; $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

2°/- a°/- Calculer : $(1+\sqrt{5})^2$ et $(2-\sqrt{5})^2$ puis simplifier $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$ et $\sqrt{6+2\sqrt{5}}$

b°/- Simplifier : $\sqrt{21-6\sqrt{6}}$; $\sqrt{7-2\sqrt{10}}$; $\sqrt{\sqrt{3-2\sqrt{2}}+\sqrt{6-4\sqrt{2}}}$

3°/- Ecrire les nombres suivants sous forme d'une fraction dont le dénominateur est rationnel : $\frac{2-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$; $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$

4°/- Montrer que : $\sqrt{7+\sqrt{48}} + \sqrt{7-\sqrt{48}} = 4$ et que $\sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{9+4\sqrt{5}} = -4$

5°/- Calculer : $\left(\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2$ et $\left(\sqrt{\frac{5}{2}} + \sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2$ Que remarque-t-on ?

Montrer le cas géneral avec $\left(\sqrt{a} - \sqrt{\frac{1}{a}}\right)^2$ et $\left(\sqrt{a} + \sqrt{\frac{1}{a}}\right)^2$ tel que a un nombre rationnel non nul .

Exercice 3 :

1°/- Simplifer les nombres suivants : $3^3 \times 15^{-5} \times 21^2 \times (5^4)^{-1}$ et $\sqrt{27}^3 \times \sqrt{3}^{-4} \times \sqrt{2}^3 \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4$

2°/- Calculer $\frac{450000 \times (0.000002)^2}{0.0003}$

3°/- Soit x un nombre réel :

a°/- Développer et simplifier : $(x+2)(x-2) - x^2$ b°/- Calculer sans calculatrice le nombre $564111232 \times 564111228 - 564111230^2$

Exercice 4 :

1°/- Factoriser : $(x+2)^2 + x^2 - 4$; $(2x-1)^2 - (3x+2)^2$; $27x^3 - 8$; $x^3 + 125 - 5x(x+5)$

2°/- On pose : $a + b = 1$ et $a^2 + b^2 = 2$

Calculer : $a^6 + b^6$ et $a^4 + b^4$

Exercice 5 :

Soient x et y deux nombres réels tel que : $x \neq$ et $2(x^2+y^2) = 5xy$

$$Calculer : \quad \frac{x+y}{x-y}$$

Exercice 6 :

Soient a ; b et c trois nombres de $\mathbb{R}^*$ tel que $ab + bc + ca = 0$

$$Calculer : \quad \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c}$$

Exercice 7 :

Soit $a \in \mathbb{R}^*$; On pose : $a + \frac{1}{a}$

$$Calculer : \quad a^2 + \frac{1}{a^2} \quad et \quad a^3 + \frac{1}{a^3} \quad en \quad fonction \quad de \quad x$$