Bilan 13 : Système de 2 équations à 2 inconnues

Résolution par la méthode de substitution	*Exemple*
La méthode par substitution est utilisée quand une des deux équations permet facilement d'exprimer une inconnue en fonction de l'autre. *Par exemple,* si on a un coefficient 1 devant *x*, dans l'équation 1. • On exprime *x* en fonction de *y* : équation 1.	• *Résoudre le système suivant :* $\begin{cases} x+3y=12 \\ 3x+2y=1 \end{cases}$: • $x=12-3y$
• Dans l'équation 2, on remplace *x*, par l'expression trouvée.	• $3\times(12-3y)+2y=1$
• On résout l'équation 2 et on trouve *y*.	$3\times12-3\times3y+2y=1$ $36-9y+2y=1$ $-7y+36=1$ $-7y+36\mathbf{-36}=1\mathbf{-36}$ $\dfrac{-7y}{\mathbf{-7}}=\dfrac{-35}{\mathbf{-7}}$ $y=5$
• Dans l'équation 1, on remplace *y* par la valeur qu'on vient de calculer, et on trouve *x*.	• $x=12-3\times5=12-15=-3$ Les solutions du système sont $(x=-3;\ y=5)$
• On vérifie si les valeurs trouvées sont correctes.	• *Vérification :* $\begin{cases} -3+3\times5=-3+15=12 \\ 3\times-3+2\times5=-9+10=1 \end{cases}$ On retrouve les valeurs 12 pour la 1$^{\text{ère}}$ équation et 1 pour la 2$^{\text{ème}}$.

Résolution par la méthode de combinaison linéaire	*Exemple*
La méthode par combinaison est utilisée si on ne peut pas appliquer la méthode précédente. • On multiplie chaque équation par le coefficient de *x*, en « croisant en diagonale ».	*Résoudre le système suivant :* $\begin{cases} \underline{\underline{5}}x+7y=17 & (\textit{équation } 1) \\ \underline{\underline{3}}x+2y=8 & (\textit{équation } 2) \end{cases}$ • $\begin{cases} \underline{\underline{3}}\times5x+\underline{\underline{3}}\times7y=\underline{\underline{3}}\times17 \\ \underline{\underline{5}}\times3x+\underline{\underline{5}}\times2y=\underline{\underline{5}}\times8 \end{cases}$ donne $\begin{cases} 15x+21y=51 \\ 15x+10y=40 \end{cases}$
• On soustrait les deux équations et on obtient une équation pour *y*.	• On soustrait : $0x+(21-10)y=51-40$ $11y=11$
• On résout l'équation et on trouve *y*.	• $\dfrac{11}{\mathbf{11}}y=\dfrac{11}{\mathbf{11}}$ donne *y* = 1.
• Dans l'équation 1, on remplace *y* par la valeur qu'on vient de calculer ; on obtient une équation en *x*. On résout l'équation et on trouve *x*.	• $5x+7\times1=17$ $5x+7=17$ $5x+7\mathbf{-7}=17\mathbf{-7}$ $\dfrac{5x}{\mathbf{5}}=\dfrac{10}{\mathbf{5}}$ $x=2$ Les solutions du système sont $(x=2;\ y=1)$
• On vérifie si les valeurs trouvées sont correctes.	• *Vérification :* $\begin{cases} 5\times2+7\times1=10+7=17 \\ 3\times2+2\times1=6+2=8 \end{cases}$ On retrouve les valeurs 17 pour la 1$^{\text{ère}}$ équation et 8 pour la 2$^{\text{ème}}$.

Résolution graphique	*Représentation graphique*
Exemple : Résoudre le système suivant : $\begin{cases} 4x+2y=4 \\ 3x+y=1 \end{cases}$ On exprime *y* en fonction de *x* dans chacune des équations, et on obtient : $\begin{cases} 2y=4-4x \\ y=1-3x \end{cases}$ donne $\begin{cases} y=-2x+2 \\ y=-3x+1 \end{cases}$ ***Cela correspond à deux fonctions affines.*** La solution du système sera la point M(*x* ;*y*) <ins>point d'intersection</ins> de la droite d'équation *y* = -2*x* + 2, et de la droite d'équation *y* = -3*x* – 1. La solution du système semble être (*x* = -1 ; *y* = 4). • *Vérification :* $\begin{cases} 4\times(-1)+2\times4=-4+8=4 \\ 3\times(-1)+4=-3+4=1 \end{cases}$ On retrouve les valeurs 4 pour la 1$^{\text{ère}}$ équation et 1 pour la 2$^{\text{ème}}$.