Probabilités

Vocabulaires et définitions

- **Expérience aléatoire :** Toute expérience dont on ne connait pas ses résultats d'avance
- **Possibilité :** tout résultat d'une expérience aléatoire
- **Univers des possibilités :** l'ensemble de toutes les éventualités, **noté Ω**
- **L'événement :** toute partie de Ω
- **<u>L'événement contraire</u> :** est l'événement noté $\overline{A}$ et qui vérifie : $A \cup \overline{A} = E$ et $A \cap \overline{A} = \emptyset$
- **L'événement $A \cap B$:** se réalise lorsque A et B **sont réalisés en même temps**
- **L'événement $A \cup B$:** se réalise lorsque l'un au moins des éventualités A ou B est réalisé.
- **A et B sont incompatibles** (ou disjoints) **:** si $A \cap B = \emptyset$

Propriétés	$P(\Omega) = 1$ et $P(\emptyset) = 0$ et $0 \leq P(A) \leq 1$ et $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
La probabilité d'un événement	• **Equiprobabilité :** $P(A) = \dfrac{Card(A)}{Card(\Omega)}$
La probabilité conditionnelle	• **La probabilité de B sachant que A est réalisé** $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$ $(P(A) \neq 0)$
L'indépendance	• **A et B sont <u>indépendants</u> ssi:** $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
Répétition d'expériences identiques et indépendantes	Soit A un événement de probabilité p dans une expérience aléatoire on répète cette expérience n fois. **La probabilité de réalisation de A , exactement k fois** est : $C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

Variables aléatoires

loi de probabilité d'une variable aléatoire	une variable aléatoire est toute application X de Ω vers $\Re$ • **<u>L'ensemble des valeurs prise par</u> X** est noté : $X(\Omega) = \{x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$ • **<u>La détermination de la loi de probabilité de</u> X :** signifie le calcul des probabilités des événements $(X = x_i)$ avec $i \in \{1,2,\ldots,n\}$ On résume la loi de probabilité de X dans le tableau :

x_i	x_1	x_2	x_3	...	x_n
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	...	p_n

✓ **Remarque :** $p_1 + p_2 + p_3 + \cdots . p_n = 1$

- **L'éspérence mathématique :** $E(X) = x_1.p_1 + x_2.p_2 + x_3.p_3 + \cdots + x_n.p_n$
- **La variance :** $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = x_1^2.p_1 + x_2^2.p_2 + x_3^2.p_3 + \cdots + x_n^2.p_n - (E(X))^2$
- **L'écart-type :** $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

La loi binomiale	Soit **A un événement** de **probabilité p** dans une expérience aléatoire **on répète cette expérience n fois.** **La variable aléatoire X qui est égale <u>au nombre de fois de réalisation de A</u>** **s'appelle variable aléatoire binomiale de paramètres n et p** on a : $X(\Omega) = \{0, 1, 2, \ldots, n\}$ $\forall k \in \{1, 2, \ldots n\}$ $p(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ $E(X) = np$ **et** $V(X) = np(1-p)$