1	الصفحة	الإمتحـان الموحد التجريبـي	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي الأكاديمية الجهوية لجهة الدار البيضاء – سطات المديرية : بنسليمان
2		ماي **2023**	
3H	مدة الإنجاز		
7	المعامل	المـادة : الرياضيـات	
		مسلك علوم الحياة و الأرض – العلوم الفزيائيـة – خيار فرنسية	

L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée. | Proposé par : **AHMED AGOUZAL**

3 points **Exercice 1 :**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points

A(1,1, –3), B(2,3, –1), C(0,2, 1)et la sphère (S) d'équation : $x^2+y^2+z^2+2x+4y-2z-3=0$

0,5 1) Vérifier que Ω(-1,-2,1) est le centre de la sphère (S) et de rayon 3.

0,75 2) a – Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=6\vec{i}-6\vec{j}+3\vec{k}$ et en déduire que A, B, et C sont non alignés.

0,5 b – Vérifier que 2x – 2y + z + 3 = 0 est une équation cartésienne du plan (ABC).

0,25 3) a – Déterminer une représentation paramétrique de la droite (D) passant par le point Ω et orthogonale au plan (ABC).

0,5 b – Vérifier que $H\left(-\frac{7}{3},-\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$ est le point d'intersection de la droite (D) et du plan (ABC)

0,5 c – Montrer que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle (C) de rayon $\sqrt{5}$, dont on déterminera le centre.

3 points **Exercice 2 :**

0,75 1) Résoudre dans l'ensemble ℂ des nombres complexes l'équation $Z^2-4Z+5=0$

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c telles que : a = 2 + i ; b = 2 – i ; c = i

0,75 a – Montrer que $\frac{c-a}{b-a}=-i$ écrire $\frac{c-a}{b-a}$ sous forme trigonométrique.

0,25 b – En déduire la nature du triangle ABC et que le point C est l'image du point B par la rotation R de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

3) Soient T la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$

0,5 a – Montrer que l'affixe du point D image du point B par la translation T est d = – i

0,75 b – Montrer que ABDC est un carré.

3 points **Exercice 3 :**

On considère la suite numérique (U_n) définie par : $U_0=\frac{3}{2}$ et $U_{n+1}=\frac{5U_n}{U_n+4}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

0,75 1) a – Vérifier que $U_{n+1}-1=\frac{4(U_n-1)}{U_n+4}$ pour tout n de ℕ puis montrer par récurrence que $U_n>1$ $\forall n\in\mathbb{N}$

0,5 b – Vérifier que: $U_{n+1}-U_n=\frac{U_n(1-U_n)}{U_n+4}$ et montrer que (U_n) est décroissante.

0,25 C – En déduire que (U_n) est convergente.

2) On considère la suite numérique (V_n) définie par : $V_n=\frac{U_n}{U_n-1}$ $\forall n\in\mathbb{N}$

0,75 a – Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q=\frac{5}{4}$ et calculer V_n en fonction de n.

0,75 b – Montrer que $U_n=\frac{3}{3-\left(\frac{4}{5}\right)^n}$ pour tout n de ℕ et calculer $\lim U_n$.

AHMED AGOUZAL

3 points

Exercice 4 :

Un sac contient quatre boules blanches portant les nombres 0, 2, 2, 2 et trois boules noirs portant les nombres 1, 1, 2 ; toutes indiscernables au toucher.

On tire au hasard successivement et sans remise deux boules du sac.

1) On considère les deux événements :

A : « Le produit des deux nombres portés par les deux boules tirées est 4 »

B : « La première boule tirée est blanche »

1 a – Montrer que $P(A)=\frac{2}{7}$ et calculer $P(B)$.

0,75 b – Montrer que $P(A\cap B)=\frac{3}{14}$ les événements A et B sont-ils indépendants en justifiant la réponse

1,25 2) Soit X la variable aléatoire qui correspond au produit des deux nombres portés par les deux boules tirées. Copier le tableau ci-contre et le compléter en justifiant les réponses.

X = k	0	1	2	4
P(X=k)	$\frac{2}{7}$			

8 points

Problème :

I – Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=1-(x+1)e^{-x}$

0,5 1) a – Montrer que $g'(x)=xe^{-x}$ $\forall x\in\mathbb{R}$

0,5 b – Montrer que g est croissante sur $[0,+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty,0]$.

0,5 2) Calculer g(0) et en déduire que $g(x)\geq 0$ $\forall x\in\mathbb{R}$

II – Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x-1+(x+2)e^{-x}$

Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : 2 cm)

0,75 1) a – Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

0,75 b – Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$ et montrer que (C) est au-dessus de (D) sur $[-2,+\infty[$ et en dessous de (D) sur $]-\infty,-2]$

0,5 c– Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ puis donner une interprétation géométrique de ce résultat.

0,5 2) a – Montrer que $f'(x)=g(x)$ $\forall x\in\mathbb{R}$

0,5 b – Dresser le tableau de variations de f.

0,75 3) a – Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et en admettant que $e\sqrt{e}<5$ montrer que $-\frac{3}{2}<\alpha<-1$.

0,5 b – Montrer que I(0, 1) est le point d'inflexion pour la courbe (C).

0,25 c – Montrer que y =1 est l'équation de la tangente au point I(0, 1) à la courbe (C).

1 d – Construire dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ la droite (D) et la courbe (C).

0,5 4) a – En utilisant une intégration par partie montrer que $\int_0^1 (x+2)e^{-x}dx=3-\frac{4}{e}$.

0,5 b – Calculer, en cm^2, l'aire du domaine limité par la courbe (C) et les droites d'équations $y = x - 1$ et $x = 0$ et $x = 1$.

AHMED AGOUZAL