



# Résumé de leçon (Les Suites Numérique)

## 1 La Suite Arithmétique et La Suite Géométrique : $(n; p) \in \mathbb{N}$ et $p \leq n$

•	La Suite Arithmétique	La Suite géométrique
Définition	$\forall n \in \mathbb{N} ; U_{n+1} - U_n = r$	$\forall n \in \mathbb{N} ; U_{n+1} = q \times U_n$
Le terme général	$U_n = U_p + (n - p)r$	$U_n = q^{(n-p)} \times U_p$
•	$U_n = U_0 + n \cdot r$	$U_n = q^n \times U_0$
$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$	$= \frac{(n+1)}{2} \times (U_n + U_0)$	$= U_0 \times \frac{(1 - q^{n+1})}{(1 - q)}$

## 2 La suite majorée ; minorée ; bornée

$(U_n)$  est une suite majorée par  $M \Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}; U_n \leq M$   
 $(U_n)$  est une suite minorée par  $m \Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}; U_n \geq m$   
 $(U_n)$  est une suite bornée par  $m$  et  $M$ ;  $\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N} ; m \leq U_n \leq M$

## 3 La Monotone d'une suite

Si  $\forall n \in \mathbb{N} ; U_n \leq U_{n+1}$  alors  $(U_n)$  est une suite croissante.  
 Si  $\forall n \in \mathbb{N} ; U_{n+1} \leq U_n$  alors  $(U_n)$  est une suite décroissante.

## 4 Convergence de la suite $(q^n)$

\* Si  $q > 1$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$       \* Si  $q = 1$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 1$   
 \* Si  $1 > q > -1$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$       \* Si  $q \leq -1$  alors la Suite  $(q^n)$  n'admet pas de limite.

## 5 La limite de la suite $(n^\alpha)$ où $\alpha \in \mathbb{Q}$

\* Si  $\alpha > 0$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^\alpha = +\infty$       \* Si  $\alpha < 0$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^\alpha = 0$

## 6 Convergence d'une suite

- \* Si  $(U_n)$  est croissante et majorée alors la suite  $(U_n)$  est convergente
- \* Si  $(U_n)$  est croissante et négative alors la suite  $(U_n)$  est convergente
- \* Si  $(U_n)$  est croissante et non majorée alors la suite  $(U_n)$  est divergente
- \* Si  $(U_n)$  est décroissante et minorée alors la suite  $(U_n)$  est convergente
- \* Si  $(U_n)$  est décroissante et positive alors la suite  $(U_n)$  est convergente
- \* Si  $(U_n)$  est décroissante et non minorée alors la suite  $(U_n)$  est divergente

## 7 Critères de convergence

- \* Si 
$$\left. \begin{array}{l} V_n \leq U_n \leq W_n \\ \text{et} \\ \lim_{+\infty} V_n = \lim_{+\infty} W_n = l \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{+\infty} U_n = l \text{ avec } l \in \mathbb{R}$$
- \* Si 
$$\left. \begin{array}{l} |U_n - l| \leq \alpha V_n \text{ avec } \alpha > 0 \\ \text{et} \\ \lim_{+\infty} V_n = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{+\infty} U_n = l \text{ avec } l \in \mathbb{R}$$
- ♣ Si 
$$\left. \begin{array}{l} V_n \leq U_n \\ \lim_{+\infty} V_n = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{+\infty} U_n = +\infty$$
 ♣ Si 
$$\left. \begin{array}{l} V_n \leq U_n \\ \lim_{+\infty} U_n = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{+\infty} V_n = -\infty$$

## 8 Limite d'une suite $(U_n)$ définie par $U_{n+1} = f(U_n)$

$f$  est fonction définie et continue sur l'intervalle  $I$  et  $f(I) \subset I$

Si  $U_n$  convergente et 
$$\left. \begin{array}{l} U_0 \in I \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{array} \right\} \text{ alors } \lim_{+\infty} U_n = l \text{ avec } l \text{ est une solution de}$$
  
l'équation  $f(x) = x$