Les fonctions primitives d'une fonction continue sur un intervalle:

Définition:

Soit f une fonction numérique définie sur un intervalle I
On dit que F est une fonction primitive de f sur l'intervalle I
Si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- F est dérivable sur l'intervalle I
- $(\forall x \in I);F'(x)=f(x)$

Propriétés:

Toute fonction continue sur un intervalle admet une primitive sur cet intervalle

Soit f une fonction numérique définie sur un intervalle I
Si F est une fonction primitive de f sur l'intervalle I, alors toutes les fonctions primitives de f sont définies sur l'intervalle I comme suit :
$x \mapsto F(x)+k \;;\; (k\in\mathbb{R})$

Soit f une fonction numérique qui admet une fonction primitive sur un intervalle I
Et soit x_0 un élément de I et y_0 un réel quelconque de $\mathbb{R}$
Il existe une unique fonction primitive F de f sur l'intervalle I qui vérifie la condition initiale:
$F(x_0)=y_0$

Les primitives de $f+g$ et kf : $(k\in\mathbb{R})$

Propriété:

Soit f et g deux fonctions numériques définies sur un intervalle I et k un réel
Si F et G sont deux primitives de f et g successivement sur l'intervalle I alors :

- $F+G$ est une fonction primitive de $f+g$ sur l'intervalle I
- kF est une fonction primitive de kf sur l'intervalle I

Tableau des primitives de quelques fonctions usuelles:

$f(x)$	$F(x)$
$a \in \mathbb{R}$	$ax + k$
x	$\frac{1}{2}x^2 + k$
$\frac{1}{x^2}$	$\frac{-1}{x} + k$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + k$
x^r ; $(r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\})$	$\frac{x^{r+1}}{r+1} + k$
$\sin x$	$-\cos x + k$
$\cos x$	$\sin x + k$
$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x + k$
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert + k$
e^x	$e^x + k$

Utilisation des formules de dérivée pour la détermination de quelques primitives:

$f(x)$	$F(x)$
$u'(x) + v'(x)$	$u(x) + v(x) + \mathrm{k}$
$au'(x)$; $(\mathrm{a} \in \mathbb{R})$	$au(x)$
$u'(x) \times \mathrm{v}(\mathrm{x}) + u(x) \times v'(x)$	$u(x) \times v(x) + \mathrm{k}$
$\frac{-v'(x)}{[\mathrm{v}(x)]^2}$	$\frac{1}{\mathrm{v}(x)} + \mathrm{k}$
$\frac{u'(x) \times v(x) - u(x) \times v'(x)}{[\mathrm{v}(x)]^2}$	$\frac{u(x)}{v(x)} + \mathrm{k}$
$\frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$	$2\sqrt{u(x)} + \mathrm{k}$
$u'(x) \times [u(x)]^r$; $(r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\})$	$\frac{[u(x)]^{r+1}}{r+1} + \mathrm{k}$
$\frac{u'(x)}{u(x)} + \mathrm{k}$	$\ln\lvert u(x)\rvert + \mathrm{k}$
$u'(x)\mathrm{e}^{u(x)}$	$\mathrm{e}^{u(x)} + \mathrm{k}$
$\cos(ax + b)$; $(\mathrm{a} \neq 0)$	$\frac{1}{a}\sin(ax + b) + \mathrm{k}$
$\sin(ax + b)$; $(\mathrm{a} \neq 0)$	$-\frac{1}{a}\cos(ax + b) + \mathrm{k}$