

## SUITES NUMERIQUES

### EXERCICES CORRIGES

Exercice n°1.

Les suites  $(u_n)$  sont définies par  $u_n = f(n)$ .

Donner la fonction numérique  $f$  correspondante, indiquer le terme initial de la suite, puis calculer les termes  $u_3$  et  $u_8$

$$1) u_n = \frac{n+2}{n^2-1} \quad 2) u_n = \sqrt{n^2-3n} \quad 3) u_n = \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

Exercice n°2.

Pour chacune des suites de terme général  $u_n$ , indiquer à partir de quel rang elles sont définies, puis calculer les trois premiers termes

$$1) u_n = (-1)^n \sqrt{n} \quad 2) u_n = \frac{3^n}{2^n-1}$$

Exercice n°3.

Soit  $(v_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n = n^2 + n + 1$ .

Exprimer en fonction de  $n$  les termes suivants :  $v_{n+1}$  ;  $v_{n-1}$  ;  $v_{2n}$  ;  $v_{3n-1}$  et la différence  $v_{n+1} - v_n$ .

Exercice n°4.

Soit  $(u_n)$  la suite définie pour tout entier naturel  $n$  par  $u_n = 1 + (-1)^n \frac{5}{2^{n-1}}$ .

Vérifier que le rapport  $\frac{u_{n+1}-1}{u_n-1}$  est indépendant de  $n$ .

Exercice n°5.

Les suites  $(u_n)$  sont définies par une relation de récurrence  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

Donner la fonction numérique  $f$  correspondante, puis les quatre premiers termes de la suite

$$1) \begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \sqrt{1+u_n^2} \end{cases} \quad 3) \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = -2u_n + 3 \end{cases}$$

Exercice n°6.

Montrer que la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $u_n = n2^n$ , vérifie la relation de récurrence  $u_{n+2} = 4(u_{n+1} - u_n)$

Exercice n°7.

Compléter le tableau suivant pour  $n$  entier égal à 0,1, 2, et 3

	$v_0$	$v_1$	$v_2$	$v_3$
$v_{n+1} = 4v_n - 3$	2			
$v_{n+1} = (v_n - 1)^2$	4			
$v_{n+2} = 2v_{n+1} - v_n$	1	2		
$v_{n+2} = \frac{v_{n+1} + v_n}{2}$	3	5		

Exercice n°8.

1) Résoudre l'inéquation  $x + 2 \leq 3x + 3$

2) Déterminer le sens de variation de la suite  $(u_n)$  définie par  $u_n = \frac{n+1}{3^n}$

Exercice n°9.

Etudier le sens de variation des suites suivantes :

$$\begin{array}{lllll} 1) u_n = 2^n - 4 & 2) u_n = \frac{0,75^n}{n^3} & 3) u_n = 2n^3 + n & 4) u_n = (-3)^n & 5) u_n = \sqrt{n^2 + n + 1} \\ 6) u_n = -\frac{1}{2 + \sqrt{n}} & 7) u_n = 2^n - n & 8) u_n = \frac{n}{2^n} & 9) u_n = -\frac{1}{n} & \end{array}$$

Exercice n°10.

Démontrez que les suites suivantes sont périodiques, en déterminant une période :

$$1) u_n = \sin \frac{2n\pi}{3} \qquad 2) \begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = -\frac{3}{2}v_n^2 + \frac{5}{2}v_n + 1 \end{cases}$$

Exercice n°11.Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par la liste de ses termes :  $\frac{1}{3} ; \frac{2}{3} ; \frac{2}{3^2} ; \frac{2^2}{3^2} ; \frac{2^2}{3^3} ; \frac{2^3}{3^3} ; \frac{2^3}{3^4} \dots$ Démontrez que  $(u_n)$  est constituée de deux suites extraites décroissantes