

## TD : LA ROTATION DANS LE PLAN

**Exercice1** : ABCD est un carré de centre O tel que :  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$  positif. Soit  $r_A$  la rotation de centre A et d'angle  $\frac{\pi}{2}$  et  $r_O$  une rotation de centre O et d'angle  $\alpha$ .

- 1) Déterminer  $r_A(A)$ ;  $r_A(B)$ ;  $r_A(D)$ ,
- 2) Comment choisir  $\alpha$  pour avoir  $r_O(A) = B$  ?  
Comment choisir  $\alpha$  pour avoir  $r_O(A) = C$  ?

**Exercice2** : ABCD est un carré tel que :  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$  positif et Soit  $r$  la rotation de centre A et d'angle  $\pi/2$

Décomposer la rotation  $r$  en composée de deux symétries orthogonales

**Exercice3** : ABC est un triangle. On construit à l'extérieur deux triangles ABD et ACE isocèles et rectangles en A

- 1) Montrer que :  $BE = CD$
- 2) Montrer que :  $(BE) \perp (CD)$

**Exercice4** : ABC est un triangle tel que :  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  positif. On construit à l'extérieur les carrés ABDE et ACFG

Soit  $r$  la rotation de centre A et d'angle  $\frac{\pi}{2}$  déterminer :  $r(E)$  et  $r(C)$

Et Montrer que :  $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CE}) \equiv (\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GB}) [2\pi]$

**Exercice5** : ABCD est un carré de centre O tel que :  $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$  positif.

I et J deux points tels que :  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB}$  et

$$\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{4} \overrightarrow{BC}$$

Montrer que  $(OI) \perp (OJ)$  et  $OI = OJ$

**Exercice6** : ABCD est un carré de centre O tel que :  $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$  positif. Soit  $(D)$  la droite parallèle à  $(BD)$  et coupe  $(AD)$  en M et coupe  $(AB)$  en N et Soit  $r$  la rotation de centre O et

d'angle  $\frac{\pi}{2}$ . E et F les images M et N

respectivement Par la rotation  $r$

- 1) Faire une figure et Montrer que  $(EF) \perp (MN)$
- 2) Déterminer l'image de la droite  $(BD)$  par la rotation  $r$
- 3) Montrer que  $DN = FA$  et  $(EF) \parallel (AC)$

**Exercice7** : ABC est un triangle isocèles et rectangles en A tel que :  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  positif et O le milieu du segment  $[BC]$ . D et E

deux points tels que :  $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CE} = \frac{2}{3} \overrightarrow{CA}$

Montrer que ODE est un triangle isocèles et rectangles en O

**Exercice8** : ABCD est un carré tel que :  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$  positif. et AED et AFB deux triangles équilatéraux

Montrer que les points : E et C et F sont alignés

**Exercice9** : ABCD est un carré tel que :  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$  positif et Soit  $r$  la rotation de centre A et d'angle  $\frac{\pi}{2}$

1) déterminer la nature de la transformation suivante :  $S_{(AD)} \circ S_{(AB)}$

1) on considère les rotations suivantes :  $r\left(A; \frac{\pi}{2}\right)$

et  $r'\left(B; \frac{\pi}{2}\right)$  et  $r''\left(C; -\frac{\pi}{2}\right)$

déterminer la nature des transformations suivante :  $r \circ r'$  et  $r \circ r''$

**Exercice10** : ABCD est un carré de centre O tel que :  $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$  négatif. Soient M, N, P et Q quatre points dans le plan tels que :  $\overrightarrow{DQ} = \frac{1}{3} \overrightarrow{DA}$  et

$$\overrightarrow{CP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{CD} \text{ et } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{BN} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BC}$$

la droite  $(AN)$  coupe les droites  $(DM)$  et  $(BP)$

Respectivement en E et F

la droite  $(CQ)$  coupe les droites  $(DM)$  et  $(BP)$

Respectivement en H et G

Soit  $r$  la rotation de centre  $O$  et d'angle  $-\pi/2$

- 1) Faire une figure dans le cas ou :  $AB = 6cm$
- 2) Montrer que :  $r(M) = N$  et  $r(N) = P$  et  $r(P) = Q$   
et  $r(Q) = M$

3) a) Montrer que :  $r(F) = G$

b) en déduire que : le triangle  $FOG$  est isocèle et rectangle en  $O$

4) a) calculer :  $(r \circ r)(F)$  et  $(r \circ r)(E)$

4) b) en déduire que : les segments  $[EG]$  et  $[FH]$  ont le même milieu

5) Montrer que :  $EFGH$  est un carré

**Exercice11** :  $ABCD$  est un carré de centre  $O$

tel que :  $(\overline{AB}, \overline{AD}) \equiv \pi/2 [2\pi]$ . Soient  $I, J, K$  et  $L$  les milieux respectivement des segments  $[AB]$  et  $[BC]$  et  $[CD]$  et  $[DA]$ .

1) Déterminer les mesures des angles suivants :

- a)  $(\overline{AC}, \overline{AD})$  b)  $(\overline{DA}, \overline{DB})$  c)  $(\overline{CD}, \overline{CA})$  d)  $(\overline{CA}, \overline{CD})$

2) soit  $S_{(AB)}$  la symétrie axiale d'axe  $(AB)$

soit  $r_{\left(A; \frac{\pi}{2}\right)}$  la rotation de centre  $A$  et d'angle  $\pi/2$

et  $t_{\vec{u}}$  la translation de vecteur  $\vec{u}$

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques des transformations suivantes :

- a)  $F = S_{(AC)} \circ S_{(BD)}$  b)  $G = S_{(AC)} \circ S_{(AB)}$
- c)  $H = r_{(D; \pi)} \circ r_{(A; \pi)}$  d)  $K = r_{\left(C; \frac{\pi}{2}\right)} \circ r_{(D; \pi)} \circ r_{\left(A; \frac{\pi}{2}\right)}$

**Exercice12** :  $ABC$  est un triangle rectangles en  $A$

tel que :  $(\overline{BA}, \overline{BC}) \equiv \alpha [2\pi]$  et  $\alpha > 0$

Soit  $r$  la rotation de centre  $B$  et d'angle  $\alpha$ .

1) Construire les points  $E$  et  $F$  tel que :  $r(A) = E$  et  $r(C) = F$

2) Montrer que  $(EF) \perp (BC)$

3) Soit  $(AC) \cap (EF) = \{I\}$  et  $r(I) = J$

- a) Montrer que les points  $E$  ;  $F$  et  $J$  sont alignés
- b) Montrer que  $E$  est le milieu du segment  $[IJ]$ .

4) Soit  $(AB) \cap (IJ) = \{K\}$  Montrer que  $r(K) = C$

**Exercice13** :  $ABC$  est un triangle équilatéral

tel que :  $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$  et  $O$  le centre de gravité

du triangle  $ABC$

Et  $I$  le milieu du segment  $[IJ]$ .

1) déterminer une droite  $(D)$  tel que :

$$r\left(B; -\frac{\pi}{3}\right) = S_{(D)} \circ S_{(BO)}$$

2) déterminer les droites  $(\Delta_1)$  et  $(\Delta_2)$  tel que :

$$r\left(O; \frac{2\pi}{3}\right) = S_{(\Delta_1)} \circ S_{(\Delta_2)}$$

3) déterminer la nature de la transformation suivante :

$$S_{(AI)} \circ S_{(AB)}$$

**Exercice14** :  $ABC$  est un triangle tel que :

$$(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi] \text{ et } D \text{ l'image de } B \text{ par symétries}$$

orthogonales d'axe  $(AC)$  et  $E$  l'image de  $C$  par symétries orthogonales d'axe  $(AD)$

Montrer que  $(\overline{BC}, \overline{BA}) \equiv (\overline{DE}, \overline{DA}) [2\pi]$



« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »  
Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs  
et exercices

Que l'on devient un mathématicien