	nisse	Évaluation Premier Semestre Mathématiques	Niveau : 1bac SM Durée : 2 h Date : 28/12/2018

	Exercice1 (7,5 points) :
	Soit $(u_n)_{n\in IN}$ la suite numérique définie par : $u_0=2$ et $(\forall n\in IN)$, $u_{n+1}=\dfrac{3u_n+2}{u_n+4}$
1	1) Montrer que : $(\forall n\in IN)$ $1<u_n\prec 3$.
0,5	2) a- Vérifier que : $(\forall n\in IN)$, $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(1-u_n)(2+u_n)}{u_n+4}$
1	b- Déduire la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in IN}$.
	3) Soit $(v_n)_{n\in IN}$ la suite numérique définie par : $(\forall n\in IN)$ $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+2}$
1	a- Montrer que $(v_n)_{n\in IN}$ est une suite géométrique de raison $q=\dfrac{2}{5}$.
1,5	b- Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
	3) On pose : $\forall n\in IN$, $S_n=\sum_{k=0}^{n}v_k$ et $T_n=\sum_{k=0}^{n}\dfrac{3}{u_k+2}$.
1	a- Déterminer S_n en fonction de n .
0 ,5	b- Vérifier que : $(\forall n\in IN)$ $1-v_n=\dfrac{3}{u_n+2}$
1	c- Déduire l'expression de T_n en fonction de n .
	Exercice2 (2 points) :
	On considère l'application $f\ :\ IR^2\longrightarrow IR^2$
1,5+0,5	$(x;y)\longmapsto(3x-y;x-3y)$
	Montrer que l'application f est bijective , et déterminer sa bijection réciproque f^{-1} .
	Exercice3 : (7 points) :
	On considère l'application $f\ :\ IR^+\longrightarrow IR$
	$x\longmapsto\dfrac{\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}+2}$
0,5	1) a- Montrer que l'équation $f(x)=\dfrac{1}{2}$, n'admet pas de solution dans IR^+ .
0,5	b- f est-elle surjective ?
1	c- Montrer que f est injective .
	2) On considère l'application $g\ :\ IR^+\longrightarrow\left[-\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}\right[$
	$x\longmapsto\dfrac{\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}+2}$
0,5 + 1	a- Vérifier que : $(\forall x\in IR^+)$ $g(x)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+1}$, et déduire que $g^{-1}\left(\left[-\dfrac{3}{2};-\dfrac{5}{6}\right]\right)=\left[0;\dfrac{1}{4}\right]$.
1,5	b-Montrer que : $g\left(IR^+\right)=\left[-\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}\right[$.
1 + 1	c- Déduire que l'application g est bijective , et déterminer sa bijection réciproque g^{-1} .

Exercice4 (3,5 points) :

Soient A et B deux parties non vide d'un ensemble E

On considère l'application

$$f : \mathscr{P}(E) \longrightarrow \mathscr{P}(E)\times\mathscr{P}(E)$$
$$X \longmapsto (X \cup A; X \cup B)$$

1 1) a- Calculer $f(\phi)$ et $f(A \cap B)$

1,5 b- Montrer que : f est injective $\Leftrightarrow$ $A \cap B = \phi$.

1 2) Montrer que f n'est pas surjective .