

Exercice

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{x-1}$

- 1) Déterminer D_f et calculer les limites de f aux bornes de D_f
- 2) étudier les branches infinies de la courbe (C)
- 3) étudier la dérivabilité de f à droite de 0 et donner une interprétation géométrique
- 4) montrer que $(\forall x \in D_f - \{0\}) \quad f'(x) = \frac{\sqrt{x}(x-3)}{2(x-1)^2}$ puis dresser le tableau des variations
- 5) Tracer la courbe (C)

Exercice

Partie (1) Soit la fonction g définie par $g(x) = x^3 - 3x - 4$

- 1) étudier les variations de g et donner son tableau de variation
- 2) Sachant que l'équation $g(x) = 0$ admet sur $[1, +\infty[$ une seule solution notée β
montrer que $(\forall x > \beta) \quad g(x) > 0$ et $(\forall x < \beta) \quad g(x) < 0$

Partie (2) On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$

- 1) a) Déterminer D le domaine de définition de f
b) calculer les limites $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$
- 2) a) Vérifier que $(\forall x \in D) \quad f(x) = x + 2 + \frac{x+2}{x^2-1}$
b) étudier les branches infinies de la courbe (C_f)
- 3) étudier la position de la courbe (C_f) et la droite (D) $y = x + 2$
- 4) a) montrer que $(\forall x \in D) \quad f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$
b) étudier les variations de f et dresser le tableau des variations
- 5) a) Tracer la courbe (C_f) (on donne $\beta \approx 2,2$ et $f(\beta) \approx 5,3$)
b) Déterminer suivant m le nombre des solutions de l'équation $x^3 + (2-m)x^2 + m = 0$