CALCUL TRIGONOMETRIQUE

A) Formules de transformations :

1) Pour tous réels x et y on a :

$\cos(x-y) = \cos x.\cos y + \sin x.\sin y$ (1)

$\cos(x+y) = \cos x.\cos y - \sin x.\sin y$ (2)

$\sin(x+y) = \sin x.\cos y + \cos x.\sin y$ (3)

$\sin(x-y) = \sin x.\cos y - \cos x.\sin y$ (4)

Pour tout réel x on a :

$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1$ et $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2 x$

$\sin(2x) = 2\sin x.\cos x$

$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$ et $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$

$\cos x = 2\cos^2\frac{x}{2} - 1$ $\cos x = 1 - 2\sin^2\frac{x}{2}$

$\sin x = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$

2) Formules de la tangente.

Soient x et y deux réels tels que :

$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ et $y \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ on a :

1) Si $(x+y) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ alors $\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \times \tan y}$

2) si $x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ alors : $\tan 2x = \frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$

3) Si $(x-y) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ alors :

$\tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \times \tan y}$

3) Les valeurs trigonométrique en fonction de : $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$

Soit x un réel tel que : $x \neq \pi + 2k\pi$ On posant :

$t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ Si de $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ et $x \neq \pi + 2k\pi$ on a :

1) $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ 2) $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ 3) $\tan x = \frac{2t}{1-t^2}$

4) Transformations des sommes en produits

Pour tous réels p , q, on a :

$\sin p + \sin q = 2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right).\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

$\sin p - \sin q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right).\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$

$\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right).\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

$\cos p - \cos q = -2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right).\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$

5) Transformations des produits en sommes.

Pour tous réels x, y on a :

$\cos x.\cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$

$\sin x.\sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x+y) - \cos(x-y)]$

$\sin x.\cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$

La linéarisation d'une expression c'est de l'écrire sous la forme d'une somme.

B) LES EQUATIONS TRIGONOMETRIQUES.

1) Rappelles : $k \in \mathbb{Z}$

a) $\cos x = \cos x_0 \Leftrightarrow x = x_0 + 2k\pi$ ou $x = -x_0 + 2k\pi$

b) $\sin x = \sin x_0 \Leftrightarrow x = x_0 + 2k\pi$ ou $x = \pi - x_0 + 2k\pi$

c) $\tan x = \tan x_0 \Leftrightarrow x = x_0 + k\pi$

2) L'équation : (E): $a\cos x + b\sin x + c = 0$

Soient a et b deux réels non nuls on a :

Pour tout réel x :

$a\cos x + b\sin x = \sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x\right)$

$a\cos x + b\sin x = \sqrt{a^2+b^2}\left(\cos\varphi\cos x + \sin\varphi\sin x\right)$

où le réel φ est déterminer par :

$\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ et $\sin\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$a\cos x + b\sin x = \sqrt{a^2+b^2}\cos(x-\varphi)$

L'équation $a\cos x + b\sin x + c = 0$ se ramène à :

$\cos(x-\varphi) = \frac{-c}{\sqrt{a^2+b^2}}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien