

**Exercice 01:**

$a$  et  $b$  deux réels strictement positifs.

Comparer les nombres  $x$  et  $y$  dans les cas suivants:

$$1. \quad x = \frac{2a+1}{a} \quad \text{et} \quad y = \frac{a}{2a+1}$$

$$2. \quad x = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad \text{et} \quad y = \frac{2}{a+b}$$

**Exercice 02:**

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels tels que :

$$\left| \frac{3a-11}{a-2} \right| < 2 \quad \text{et} \quad \left| \frac{2b-3}{b+1} - 5 \right| < 1$$

1. Montrer que :  $3 < a < 7$  et  $-6 < b < -2$
2. Encadrer les nombres  $a+b+1$  et  $ab$
3. En déduire une comparaison des deux nombres :  $2a+b$  et  $\sqrt{3a^2+b^2+3ab}$

**Exercice 03:**

Déterminer l'intersection et la réunion des deux intervalles  $I$  et  $J$ , et représenter les sur la droite réelle, dans les cas suivants:

- a)  $I = [-1; 3]$  et  $J = ]-2; 4]$
- b)  $I = [-4; 3]$  et  $J = ]-2; 4]$
- c)  $I = ]-\infty; 1]$  et  $J = ]-1; +\infty[$
- d)  $I = ]-2; 1]$  et  $J = ]-1; +\infty[$

**Exercice 04:**

Résoudre les inéquations suivantes:

$$|2x-3| < 1 \quad ; \quad |2x+1| \leq 3 \quad ; \quad |3x+2| \geq 1$$

**Exercice 05:**

$a$  et  $b$  deux nombres réels tels que :

$$a \geq 1 \quad ; \quad b \leq 2 \quad \text{et} \quad a-b=3$$

1. Donner la valeur de  $X = \sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{(b-2)^2}$
2. Montrer que :  $1 \leq a \leq 5$  et  $-2 \leq b \leq 2$
3. En déduire la valeur de  $Y = |a+b-7| + |a+b+1|$

**Exercice 06:**

$a$  et  $b$  deux nombres réels tels que :

$$a-3 < 0 \quad ; \quad 2b-1 < 0 \quad \text{et} \quad ab=1$$

1. Donner la valeur de  $X = \sqrt{(a-3)^2} \sqrt{(1-2b)^2} + a + 6b$

$$2. \quad \text{Montrer que : } 2 \leq a \leq 3 \quad \text{et} \quad \frac{1}{3} \leq b \leq \frac{1}{2}$$

$$3. \quad \text{Montrer que : } \frac{3}{7} \leq \frac{1}{a-2b} \leq 1$$

$$4. \quad \text{Montrer que le nombre } \frac{5}{7} \text{ est une valeur approchée du nombre } \frac{1}{a-2b} \text{ à } \frac{2}{7} \text{ près}$$

**Exercice 07:**

$x$  est nombre réel tel que :  $|x-2| < \frac{3}{2}$

1. Donner un encadrement de  $x$
2. Montrer que  $|2x-3| < 7$
3. Vérifier que  $2x^2 - 7x + 6 = (2x-3)(x-2)$
4. En déduire que  $|2x^2 - 7x + 6| < \frac{21}{2}$
5. Montrer que  $\left| \frac{x-2}{2x+3} \right| < \frac{3}{8}$

**Exercice 08:**

Montrer que si le nombre  $\frac{1}{2}$  est une valeur approchée de  $x$  à  $10^{-2}$  près, alors le nombre 2 est une valeur approchée de  $\frac{1}{x}$  à  $4 \cdot 10^{-2}$

**Exercice 09:**

Pour tout  $x$  de  $[1; +\infty[$ , on pose  $A = \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$

1. Montrer que  $A-1 = \frac{1}{x(A+1)}$
2. Montrer que  $2 \leq 1+A \leq 3$ , en déduire que  $1 + \frac{1}{3x} \leq A \leq 1 + \frac{1}{2x}$
3. En déduire que  $\frac{11}{10}$  est une valeur approchée par défaut de  $\sqrt{1,2}$  d'amplitude  $\frac{1}{30}$

**Exercice 10:**

Soit  $x$  un nombre réel.

On pose  $A = x^2 + 6x + 5$

1. Vérifier que:  $A = (x+3)^2 - 4$
2. Si 2,03 est une valeur approchée de  $x$  par défaut d'amplitude  $10^{-2}$  alors, Donner un encadrement de  $A$  d'amplitude  $1005 \cdot 10^{-4}$