Equations et inéquations et systèmes partie1

Les équations et les inéquations du premier degré a une inconnue ou deux inconnues

Exercice1: Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $-2x+22=0$ 2) $3(2x+5)=6x-1$

3) $4(x-2)=6x-2(x+4)$

4) $(2x+3)^2-(2x+3)(x-4)=0$ 5) $x^2-100=0$

6) $\frac{3}{x+2}-\frac{5}{x-2}=0$ 7) $\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9}=0$

8) $\frac{4x+2}{x-3}=5$ 9) $|7x-10|=|6+3x|$ 10) $x^3-7x=0$

Solution : 1) $-2x+22=0$ ssi $-2x+22-22=-22$ ssi $-2x=-22$ ssi $-2x\times\left(\frac{1}{-2}\right)=-22\times\left(\frac{1}{-2}\right)$ ssi $x=11$

Donc : $S=\{11\}$

2) $3(2x+5)=6x-1$ ssi $6x+15=6x-1$ ssi $6x-6x=-1-15$

ssi $0x=-16$ ssi $0=-16$ ceci est impossible

Donc l'ensemble de toutes les Solutions est : $S=\varnothing$

3) $4(x-2)=6x-2(x+4)$

ssi $4x-8=6x-2x-8$ ssi $4x-4x+8-8=0$

ssi $0=0$ Donc l'ensemble de toutes les Solutions est : $S=\mathbb{R}$

4) $(2x+3)^2-(2x+3)(x-4)=0$

ce qui est équivalent à : $(2x+3)(2x+3-x+4)=0$

ce qui est équivalent à : $(2x+3)(x+7)=0$

Les Solutions sont -3/2 ou -7.

Donc l'ensemble de toutes les Solutions est :

$S=\{-7;-3/2\}$

5) $x^2-100=0$

$x^2-100=0$

$\Longleftrightarrow x^2-10^2=0$

C'est une identité remarquable de la forme :

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$, donc

$x^2-100=0$

$\Longleftrightarrow (x-10)(x+10)=0$

: $\Longleftrightarrow x=10$ ou $x=-10$

D'où : $S=\{-10;10\}$

6) $\frac{3}{x+2}-\frac{5}{x-2}=0$

Cette équation n'existe pas si $x+2=0$ et si $x-2=0$. Les valeurs interdites de cette équation sont -2 et 2. L'équation est donc définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$.

On commence par réduire au même dénominateur les deux fractions. Le dénominateur commun est $(x+2)(x-2)$:

Donc : $-2x-16=0$ car le dénominateur ne peut pas s'annuler.

$\Longleftrightarrow -2x=16$

$\Longleftrightarrow x=\frac{16}{-2}$

$\Longleftrightarrow x=-8$

D'où : -8 appartient à l'ensemble de définition de l'équation, donc : $S=\{-8\}$

7) $\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9}=0$

Cette équation 'existe si $x^2-9\neq 0$

$x^2-9=0$ Équivalent à : $x^2-3^2=0$ équivalent à : $(x-3)(x+3)=0$

Équivalent à $x+3=0$ ou $x-3=0$ équivalent à $x=-3$ ou $x=3$

Les valeurs interdites de cette équation sont -3 et 3.

L'équation est donc définie sur $D_E=\mathbb{R}\setminus\{-3;3\}$.

$\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9}=0$ équivalent à $(x-7)(x+3)=0$

équivalent à $x-7=0$ ou $x+3=0$

Équivalent à $x=-7\in D_E$ ou $x=-3\notin D_E$:

donc : $S=\{7\}$

8) $\frac{4x+2}{x-3}=5$ Cette équation n'existe pas si $x-3=0$

$x-3=0$ équivalent à : $x=3$

La valeur interdite de cette équation est 3. L'équation est donc définie sur $D_E=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

$\frac{4x+2}{x-3}=5$ équivalent à : $4x+2=5(x-3)$ équivalent à : $4x+2=5x-15$

équivalent à : $-x=-17$ équivalent à : $x=17$

donc : $S=\{17\}$

9) $|7x-10|=|6+3x|$ équivalent à $7x-10=6+3x$ ou $7x-10=-(6+3x)$

équivalent à $4x=16$ ou $10x=4$ équivalent à $x=4$ ou $x=2/5$

Donc l'ensemble de toutes les Solutions est :

$S=\{4;2/5\}$

10) $x^3-7x=0$ équivalent à : $x(x^2-7)=0$ ssi $x=0$ ou $x^2-7=0$

équivalent à $x=0$ ou $x^2=7$ ssi $x=0$ ou $x=\sqrt{7}$ ou $x=-\sqrt{7}$

D'où : $S=\{-\sqrt{7};0;\sqrt{7}\}$

Exercice2 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

a) $\frac{3x+5}{x-1}=0$ b) $\frac{(2x+1)(x-3)}{x-4}=0$ c) $\frac{x^2-9}{x+3}=0$ d) $1-\frac{x+3}{x-3}=\frac{2}{2-x}$

Solution : a) L'équation n'est pas définie pour $x = 1$.

Pour $x \neq 1$, l'équation $\frac{3x+5}{x-1}=0$ équivaut à :

$3x+5=0$.

D'où $x=-\frac{5}{3}$. c a d : $S=\{-5/3\}$

b) L'équation n'est pas définie pour $x = 4$.

Pour $x \neq 4$, l'équation $\frac{(2x+1)(x-3)}{x-4}=0$ équivaut à :

$(2x+1)(x-3)=0$ Soit : $2x+1=0$ ou $x-3=0$

Les Solutions sont : $x=-\frac{1}{2}$ et $x=3$.

c a d : $S=\{-1/2;3\}$

c) L'équation n'est pas définie pour $x = -3$.

Pour $x \neq -3$, l'équation $\frac{x^2-9}{x+3}=0$ équivaut à :

$x^2-9=0$, soit $x^2=9$

Soit encore : $x=3$ ou $x=-3$.

Comme $x \neq -3$, l'équation a pour unique Solution : $x=3$.

c a d : $S=\{3\}$

d) L'équation n'est pas définie pour $x = 2$ et $x = 3$.

Pour $x \neq 2$ et $x \neq 3$, l'équation $1-\frac{x+3}{x-3}=\frac{2}{2-x}$

équivaut à : $1-\frac{x+3}{x-3}-\frac{2}{2-x}=0$ On réduit au même dénominateur dans le but de se ramener à une équation-quotient : $\frac{(x-3)(2-x)}{(x-3)(2-x)}-\frac{(x+3)(2-x)}{(x-3)(2-x)}-\frac{2(x-3)}{(x-3)(2-x)}=0$

$\frac{(x-3)(2-x)-(x+3)(2-x)-2(x-3)}{(x-3)(2-x)}=0$ On développe

$\frac{2x-x^2-6+3x-2x+x^2-6+3x-2x+6}{(x-3)(2-x)}=0$

$\frac{4x-6}{(x-3)(2-x)}=0$ Ce qui équivaut à $4x-6=0$ et $(x-3)(2-x)\neq 0$

D'où $x=\frac{3}{2}$. c a d : $S=\left\{\frac{3}{2}\right\}$

Exercice3 :1) étudier le signe de : $3x+6$ et $-2x+12$

Solution : a) $3x+6=0$ Équivalent à : $x=-2$

$3x+6>0$ Équivalent à : $x>-2$

$3x+6<0$ Équivalent à : $x<-2$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$3x+6$		$-$	0	$+$	

b)le signe de : $-2x+12$ (coefficient de x négatif)

$-2x+12$ Équivalent à : $x=6$

$-2x+12>0$ Équivalent à : $x<6$

$-2x+12<0$ Équivalent à : $x>6$

On résume ces résultats dans le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		6		$+\infty$
$-2x+12$		$+$	0	$-$	

Exercice4 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $-2x+12>0$ 2) $5x-15\leq 0$

3) $4x^2-9\geq 0$ 4) $(1-x)(2x+4)>0$

5) $\frac{5x-2}{1+3x}\geq 0$ 6) $\frac{(2x+1)(5x-10)}{2x-6}\leq 0$

Solution : 1) $-2x+12>0$

$-2x+12=0$ équivalent à : $x=6$ $-2=a$ et $a<0$ coefficient de x négatif

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		6		$+\infty$
$-2x+12$		$+$	0	$-$	

Donc : $S=]-\infty;6[$

2) $5x-15\leq 0$

$5x-15=0$ Équivalent à : $x=3$ $5=a$ et $a>0$ coefficient de x positif

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$5x-15$	$-$	0	$+$

Donc : $S=]-\infty;3[$

3) $4x^2-9\geq 0$

$4x^2-9=0$ équivalent à : $(2x)^2-3^2=0$ ssi

$(2x-3)(2x+3)=0$

équivalent à $2x+3=0$ ou $2x-3=0$

ssi $x=\frac{-3}{2}$ ou $x=\frac{3}{2}$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$-3/2$		$3/2$		$+\infty$
$2x-3$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$2x+3$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$(2x-3)(2x+3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc : $S=\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right]\cup\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$

4) $(1-x)(2x+4)>0$

$(1-x)(2x+4)=0$ Équivalent à :

$2x+4=0$ ou $1-x=0$ ssi $x=-2$ ou $x=1$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$2x+4$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$1-x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
$(2x+4)(1-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc : $S=]-2;1[$

5) $\frac{5x-2}{1+3x}\geq 0$ (Signe d'un quotient méthode)

- Donner l'ensemble de définition.
- Rechercher les valeurs de x annulant chacun des facteurs et Dresser un tableau de signes :

Le quotient de deux nombres de même signe est positif (+).
Le quotient de deux nombres de signes différents est négatif

Cette inéquation existe si $1+3x\neq 0$

$1+3x=0$ équivalent à : $x=-\frac{1}{3}$

La valeur interdite de cette inéquation est $-\frac{1}{3}$. L'inéquation est donc définie sur $D_I=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

$5x-2=0$ Équivalent à : $x=\frac{2}{5}$

On a le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$\frac{-1}{3}$		$\frac{2}{5}$		$+\infty$
$5x-2$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$1+3x$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$\frac{5x-2}{1+3x}$		$+$	||	$-$	0	$+$	

Attention à ne pas oublier la double barre pour la valeur interdite donc : $S=\left]-\infty;-\frac{1}{3}\right[\cup\left[\frac{2}{5};+\infty\right[$

6) $\frac{(2x+1)(5x-10)}{2x-6}\leq 0$

Cette inéquation existe si $2x-6\neq 0$

$2x-6\neq 0$ équivalent à : $x=-\frac{1}{3}$

La valeur interdite de cette inéquation est $-\frac{1}{3}$. l'inéquation est donc définie sur $D_I=\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

$2x-6\neq 0$ Équivalent à : $x\neq 3$

On a le tableau de signe suivant : $D_I=\mathbb{R}-\{3\}$

$2x+1=0$ équivalent à : $x=-\frac{1}{2}$

$5x-10=0$ équivalent à : $x=2$

x	$-\infty$		$-1/2$		2		3		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$5x-10$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$2x-6$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$\frac{(2x+1)(5x-10)}{(2x-6)}$		$-$	0	$+$	0	$-$	||	$+$	

Donc : $S=\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right]\cup[2;3[$

Exercice5 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $(3-6x)(x+2)>0$ 2) $\frac{2-6x}{3x-2}\leq 0$

Solution :1)Le signe de $(3-6x)(x+2)$ dépend du signe de chaque facteur

$3 - 6x$ et $x + 2$.

$3 - 6x = 0$ ou $x + 2 = 0$

$6x = 3$ ou $x = -2$

$x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ou $x = -2$

Résumons dans un même tableau de signes les résultats pour les deux facteurs.

En appliquant la règle des signes, on en déduit le signe du produit $(3-6x)(x+2)$.

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$3-6x$		+		+	0	-	
$x+2$		-	0	+		+	
$(3-6x)(x+2)$		-	0	+	0	-	

On en déduit que $(3-6x)(x+2) > 0$ pour $x \in \left]-2;\frac{1}{2}\right[$.

L'ensemble des Solutions de l'inéquation

$(3-6x)(x+2) > 0$ est $\left]-2;\frac{1}{2}\right[$.

2) $\frac{2-6x}{3x-2} \leq 0$.

L'inéquation n'est pas définie pour $3x - 2 = 0$, soit $x = \frac{2}{3}$.

Il faudra éventuellement exclure cette valeur de l'ensemble des Solutions.

Le signe de $\frac{2-6x}{3x-2}$ dépend du signe des expressions $2-6x$ et $3x-2$.

$2-6x = 0$ équivaut à $x = \frac{1}{3}$.

Résumons dans un même tableau de signes les résultats pour les deux expressions.

x	$-\infty$		$\frac{-1}{3}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$2-6x$		$+$	0	$-$		$-$	
$3x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{2-6x}{3x-2}$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	

La double-barre dans le tableau signifie que le quotient n'est pas défini pour $x = \frac{2}{3}$.

On en déduit que $\frac{2-6x}{3x-2} \leq 0$ pour $x \in \left]-\infty;\frac{1}{3}\right] \cup \left]\frac{2}{3};+\infty\right[$.

L'ensemble des **Solution**s de l'inéquation $\frac{2-6x}{3x-2} \leq 0$ est

$\left]-\infty;\frac{1}{3}\right] \cup \left]\frac{2}{3};+\infty\right[$.

Exercice 6 : Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les équations suivantes :

1) $2x - y + 4 = 0$ 2) $x - 2y + 1 = 0$

Solution :

1) Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ l'équation : $2x - y + 4 = 0$

On a $2x - y + 4 = 0$ équivalent à : $y = 2x + 4$

Donc : $S = \{(x;2x+4) / x \in \mathbb{R}\}$

2)Résolvons dans $\mathbb{R}^2$ l'équation : $x - 2y + 1 = 0$

On a $x - 2y + 1 = 0$ équivalent à : $x = 2y - 1$

Donc : $S = \{(2y-1;y) / y \in \mathbb{R}\}$

Exercice7 : Le plan est rapporté au Repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.Résoudre graphiquement dans $\mathbb{R}^2$ l'équation : $x - y - 2 = 0$

Solution : Résolvons graphiquement dans $\mathbb{R}^2$ l'équation : $x - y - 2 = 0$

On trace la droite (D)d'équation cartésienne :

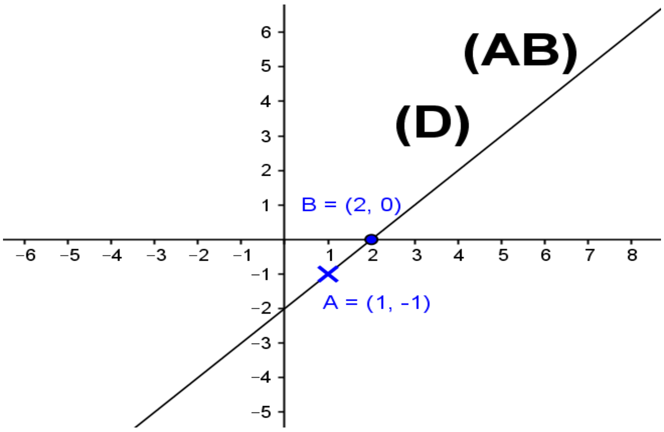
$x - y - 2 = 0$

$S = \{(x;y) \in \mathbb{R}^2 / M(x;y) \in (D)\}$

Pour tracer la droite (D) il suffit de trouver deux points qui appartiennent à (D)

Si $x = 1$ alors : $1 - y - 2 = 0$ c a d $y = -1$ donc $A(1;-1) \in (D)$

Si $y = 0$ alors : $x - 0 - 2 = 0$ c a d $x = 2$ donc $B(2;0) \in (D)$



Exercice8 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les équations suivantes :

1) $2x-y+1=2y-2x+5$ 2) $x+5=y+5$

3) $3x+2y-2=2y-2$ 4) $x+y=2x-1$

Solution : 1) On a $2x-y+1=2y-2x+5$

équivalent à : $4x-3y-4=0$

Équivalent à : $4x=3y+4$ équivalent à : $x=\frac{3}{4}y+1$

Donc : $S=\left\{\left(\frac{3}{4}y+1;y\right)/\,y\in\mathbb{R}\right\}$

2) On a $x+5=y+5$ équivalent à : $y=x$

Donc : $S=\{(x;x)/\,x\in\mathbb{R}\}$

3) On a $3x+2y-2=2y-2$ équivalent à : $3x=0$

ssi $x=0$ Donc : $S=\{(0;y)/\,y\in\mathbb{R}\}$

4) On a $x+y=2x-1$ équivalent à : $-x+y+1=0$

ssi $y=x-1$ Donc : $S=\{(x;x-1)/\,x\in\mathbb{R}\}$

Si l'inégalité est au sens large, on doit « ajouter » aux points du demi -plan les points de la droite « frontière ».

Exercice 9 : Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$

l'inéquation : $2x-y-2<0$

Solution : De l'inéquation précédente on en déduit

L'équation de la droite (D) : $2x-y-2=0$

Cette droite passe par les points $A(0;-2)$ et $B(1;0)$ détermine

Deux demi-plans P_1 et P_2

(Il nous reste à trouver lequel des deux demi plans qui est la Solution de l'inéquation.)

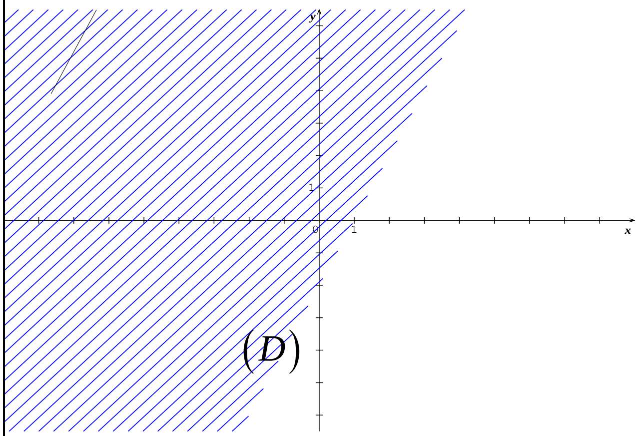
(Nous choisissons un point pris dans l'un des demi-plans, relevons ses coordonnées et nous contrôlons si ce point vérifie l'inéquation.

Conseil : On choisit, de référence, le point « O » de coordonnées (0 ; 0) ; c'est-à-dire x= 0 et y = 0 . Les calculs sont donc simplifiés. (Si la droite passe par « O », on prendra un autre point…)

Soit $O(0;0)$ On a $2\times0-0-2<0$

Donc : les coordonnes (0 ; 0) vérifie l'inéquation.

Donc les Solution de l'inéquation $2x-y-2<0$ est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi- plan P_1 hachuré qui contient le point $O(0;0)$ privé de la droite (D)



Exercice10 : Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$

l'inéquation : $x-y-3\geq0$

Solution : De l'inéquation précédente on en déduit

L'équation de la droite (D) :: $x-y-3=0$ détermine

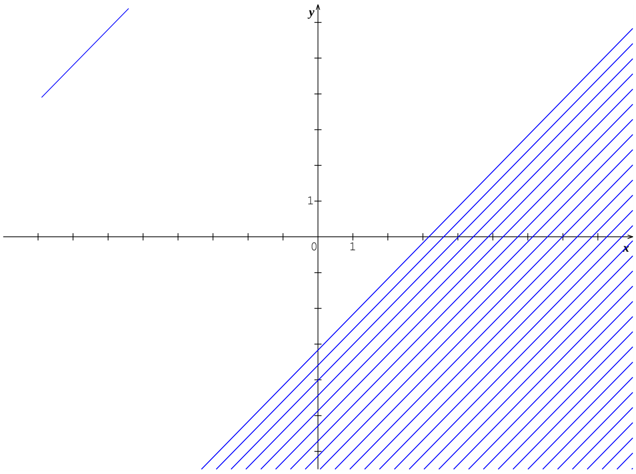
Deux demi-plans P_1 et P_2

Cette droite passe par les points $A(0;-3)$ et $B(1;-2)$

On a $0-0-3\geq0$ c a d $-3\geq0$ on constate que le résultat est impossible

Donc : les coordonnées (0 ; 0) ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les Solutions de l'inéquation $x-y-3\geq0$ est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi- plan P_1 hachuré qui ne contient pas le point $O(0;0)$



Exercice11 :Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation : $2x-y<0$

Solution : De l'inéquation précédente on en déduit

L'équation de la droite (D) :: $2x-y=0$

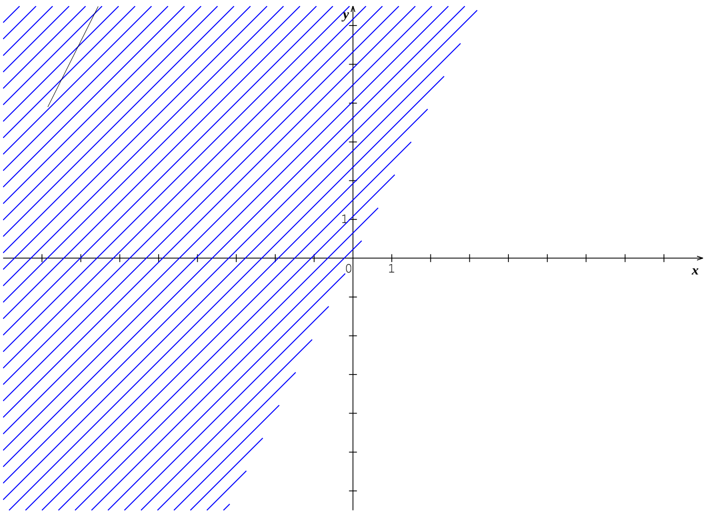
Cette droite passe par les points $O(0;0)$ et $A(1;2)$ détermine Deux demi-plans P_1 et P_2

on prendra un autre point $B(1;1)$

On a $2\times1-1<0$ c a d $1<0$ on constate que le résultat est impossible

Donc : les coordonnes $(1;1)$ ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les Solution de l'inéquation $x-y-3\geq0$ est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi- plan P_1 hachuré qui ne contient pas le point $(1;1)$



Exercice12 :Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation : $3x+2y<2x+2y-1$

Solution :

$3x+2y<2x+2y-1$ ssi

$3x-2x+2y-2y+1<0$

ssi $x+1<0$

Dans un premier temps : De l'inéquation précédente on en déduit

L'équation de la droite (D): $x+1=0$ SSI $x=-1$

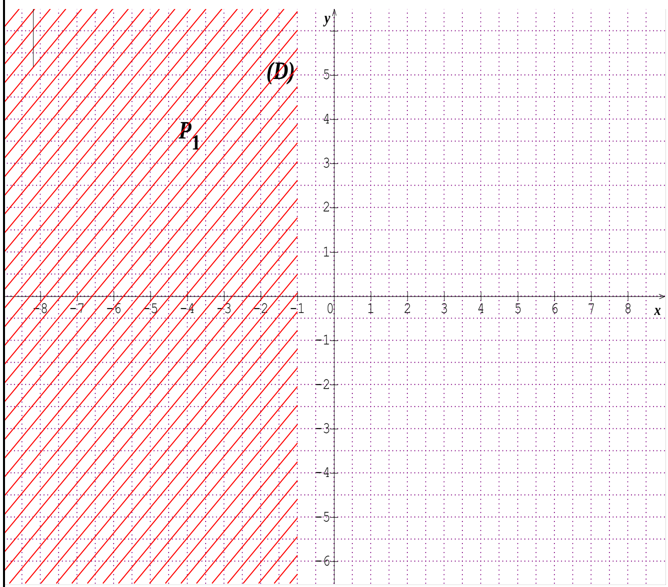
Cette droite est parallèle à l'axe des ordonnée passant par le point $(-1;0)$ et détermine Deux demi-plans P_1 et P_2

Soit $O(0;0)$ On a $0+1<0$ ssi $1<0$

On constate que le résultat est impossible

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les Solutions de l'inéquation $x+1<0$ est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi- plan P_1 hachuré qui ne contient pas le point $O(0;0)$



Exercice 13: Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ le système d'inéquations suivant : $(S)\begin{cases}x+y-1\geq0\\-x+2y+2\leq0\end{cases}$

Solution :L'équation de la droite (D_1): $x+y-1=0$

L'équation de la droite (D_2): $-x+2y+2=0$

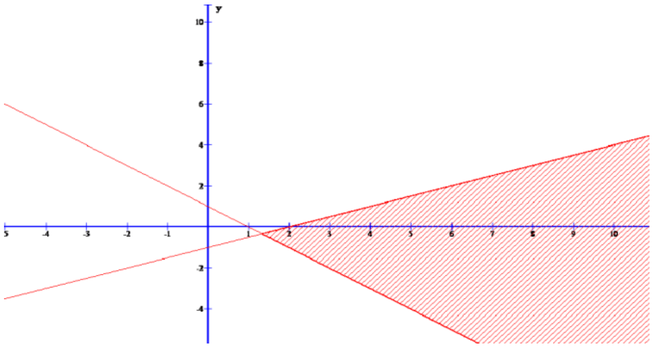
Soit $O(0;0)$ On a $0+0-1\geq0$ ssi $-1\geq0$ Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation.

$x+y-1\geq0$

Soit $O(0;0)$ On a $-0+2\times0+2\leq0$ ssi $2\leq0$

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation. $-x+2y+2\leq0$

Donc les Solutions du système est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du plan colorés



Exercice14 : Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ le système d'inéquations suivant : $(S)\begin{cases}2x+y-3\geq0\\-x+y+5\leq0\\x\leq4\end{cases}$

Solution : L'équation de la droite (D_1) : $2x+y-3=0$

L'équation de la droite (D_2) : $-x+y+5=0$

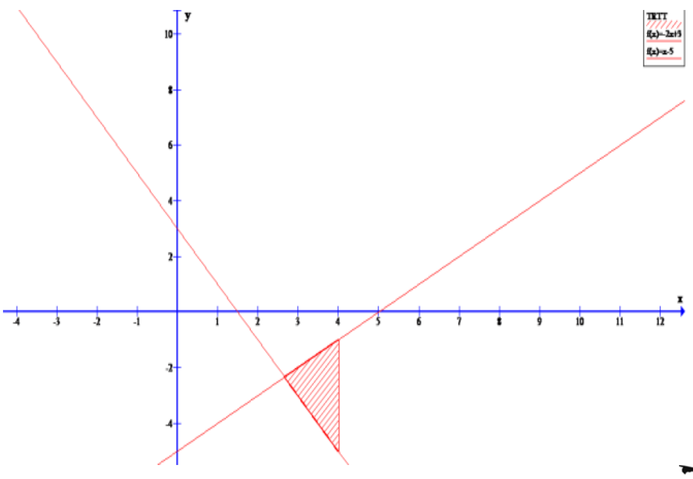
L'équation de la droite (D_3) : $x-4=0$

Soit $O(0;0)$ On a $2\times0+0-3\geq0$ ssi $-3\geq0$

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation. $2x+y-3\geq0$

Soit $O(0;0)$ On a $-0+0+5\leq0$ ssi $5\leq0$ Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation. $-x+y+5\leq0$

Soit $O(0;0)$ On a $0\leq4$ Donc : les coordonnes $O(0;0)$ vérifie l'inéquation. $x\leq4$



Donc les Solutions du système est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du plan colorés

Exercice15 : Résoudre le système :

$$\begin{cases}3x+2y-6<0 & (1)\\x-2y+2<0 & (2)\\4x-3y+12>0 & (3)\end{cases}$$

Solution : Etant donnés deux axes de coordonnées « O x » et « O y » nous allons déterminer dans quelle région du plan se trouvent les points « M » dont les coordonnées satisfont à ces trois inéquations.

Pour cela construisons les droites qui ont respectivement pour équations :

(1) 3 x + 2 y - 6 = 0 (D)

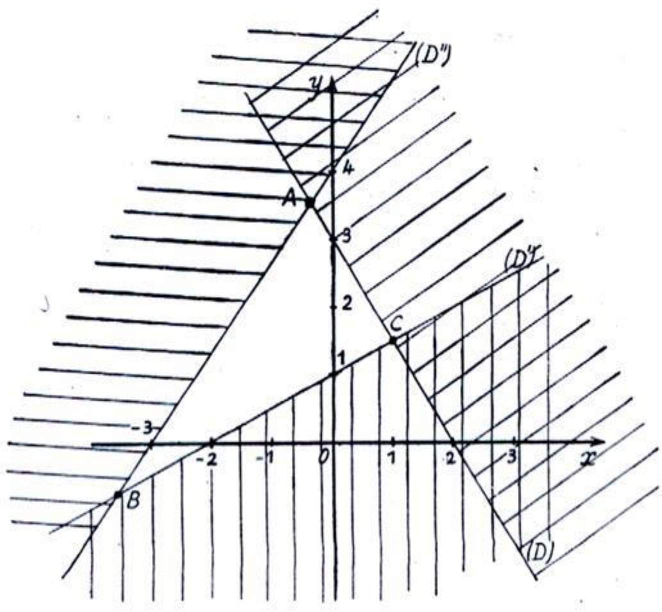
(2) x - 2 y + 2 = 0 (D')

(3) 4x - 3y +12 = 0 (D'')

Pour que l'inéquation (1) soit satisfaite il faut et il suffit que « M » soit dans la région qui contient l'origine (car pour « x » = 0 ; « y » = 0 l'inéquation est satisfaite).

Pour que l'inéquation (2) soit satisfaite il faut et il suffit que « M » soit dans la région qui ne contient pas l'origine (car pour « x » = 0 ; « y » = 0 l'inéquation n'est pas satisfaite).

Enfin pour que l'inéquation (3) soit satisfaite il faut et il suffit que « M » soit dans la région qui contient l'origine (car pour « x » = 0 ; « y » = 0 l'inéquation est satisfaite).



Finalement, on voit que « M » doit être à l'intérieur du triangle ABC formé par les 3 droites (D) ; (D') ; (D'').

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et Exercice s Que l'on devient un mathématicien