Exercices sans corrections

Exercice1 : Le plan $(\mathcal{P})$ est rapporté à un repère orthonormé $\mathcal{R}\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

Considérons la droite (D): $2x - y + 1 = 0$ et N un point sur la droite (D) d'abscisse α.

1- Déterminer les coordonnées de N.

2- Déterminer la distance ON.

3- Déterminer pour quelle valeur de α la distance ON est minimale.

Exercice2: Considérons le triangle ABC où A $(2,1)$ B $(5,0)$ et C $(7,6)$

1- a) Montrer que le triangle ABC est rectangle en B.

b) En déduire les coordonnées du point Ω le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

2) Déterminer les coordonnées du point G centre de gravité de ABC.

3) Déterminer les coordonnées du point H, orthocentre du triangle ABC.

4) Vérifier que les points Ω , G et H sont alignés

Exercice 3: Considérons la parabole d'équation : (P): $y = x^2$ et la droite (D): $y = x - 1$

1- Tracer la droite (D) et la parabole (P).

2- Soit $N\alpha$ un point d'abscisse α et varie sur la parabole (P)

a) Déterminer en fonction de α la distance $d(N\alpha , (D))$.

b) Pour quelle valeur de α la distance $d(N\alpha , (D))$ est minimale.

Exercice4 : Considérons deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls et le trinôme $f(x) = \left(x\vec{u} + \vec{v}\right)^2$

1- Développer $f(x)$.

2- Déterminer le signe de $f(x)$.

3- Déterminer le discriminant de $f(x)$.

4- en déduire que pour tout vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ on a :
$\vec{u}.\vec{v} \leq \left|\vec{u}.\vec{v}\right| \leq \left\|\vec{u}\right\| \times \left\|\vec{v}\right\|$ 5- Quand est ce qu'on a l'égalité ?

Exercice5 : On sait que pour trois points donnés dans le plan on a : $MA + MB \geq AB$ le but de cette activité c'est de démontrer ce résultat.

Considérons deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls.

1- Développer $(\vec{u} + \vec{v})^2$

2- En utilisant l'inégalité précédente montrer que $\|\vec{u} + \vec{v}\| \leq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$.

3- Quand est ce qu'on a l'égalité ?

Exercice 6 : Déterminer les ensembles :

$(\Gamma 1) = \{M\ (x, y) \in (\mathcal{P}) / x^2 + y^2 - 2x + y + 1 = 0\}$

$(\Gamma 2) = \{M\ (x, y) \in (\mathcal{P}) / x^2 + y^2 - x + 2y + 4 = 0\}$

Exercice7 :

Soient les points $A(-1,0)$, $B(1,2)$ et $C(5, -2)$

1- Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés

2- Ecrire l'équation du cercle circonscrit au Triangle ABC.

Exercice8 : Soit $(\mathcal{C})$ le cercle d'équation : $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 6 = 0$

1) Vérifier que le point A $(3, -1)$ appartient au cercle

2- Ecrire l'équation de la tangente au cercle $(\mathcal{C})$ en A.

Exercice9: Soient le cercle $(\mathcal{C})$: $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ et $A(5,6)$

1- Vérifier que le point A est à l'extérieur de $(\mathcal{C})$

2- a) Déterminer l'équation de la droite (δ) passante par A et parallèle à l'axe des ordonnées.

b) Vérifier que (δ) n'est pas tangente à $(\mathcal{C})$.

3- Soit (Δ) une droite qui passe par A et qui n'est pas parallèle à l'axe (Oy) et dont l'équation réduite est : (Δ) $y = mx + p$

a) Déterminer l'équation de (Δ) en fonction de m uniquement.

b) Déterminer m pour que (Δ) soit tangente au Cercle $(\mathcal{C})$.

4- Soit $B(4,5)$

a) Montrer que la droite passante par B et parallèle à l'axe des ordonnées est tangente au cercle $(\mathcal{C})$.

b) Soit (Δ') une droite qui passe par A et qui n'est pas parallèle à l'axe (Oy) et dont l'équation réduite est : (Δ') $y = mx + p$; Déterminer m pour que (Δ) soit tangente au cercle $(\mathcal{C})$.

Exercice10 : Résoudre graphiquement $(x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9)\ (2x - y + 1) \leq 0$

Exercice 11 : Soit l'ensemble :
$\left(C_m\right) = \{M\ (x, y) \in (\mathcal{P}) / x^2+y^2-2mx+4my+4m^2 - 1 = 0\}$
où m est un réel.

1- Montrer que pour tout m dans $\mathbb{R}$, l'ensemble $\left(C_m\right)$ est un cercle et déterminer ses éléments.

2- Déterminer l'équation cartésienne du plus petit cercle $\left(C_m\right)$.

3- Déterminer l'ensemble dans lequel varient les centres Ω_m quand m décrit $\mathbb{R}$

4- a) Déterminer pour quelles valeurs de m le point $A(-1,2)$ appartient-il à $\left(C_m\right)$

b) Soit $M_0\left(x_0; y_0\right)$) un point donné dans le plan, existent-ils toujours des réels m qui vérifient $M_0 \in \left(C_m\right)$

5- Déterminer s'il existe l'intersection de tous les cercles $\left(C_m\right)$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l'on devient un mathématicien

Prof/ATMANI NAJIB