	Devoir 2	$1^{ère}$ bac S-ex

On considère la suite $(U_n)_{n\geq 1}$ définie par : $U_1 = 0$ et $U_{n+1} = \frac{16}{8-U_n}$

1) a) vérifier que $4 - U_{n+1} = \frac{4(4-U_n)}{4+(4-U)_n}$

b) prouver que $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$ $4 - U_n > 0$

2) étudier la monotonie de la suite $(U_n)_{n\geq 1}$

3) on pose $V_n = \frac{4}{4-U_n}$

a) montrer que $(V_n)_{n\geq 1}$ est une suite arithmétique de raison $r = 1$

b) montrer que $U_n = 4 - \frac{4}{n}$

On considère la suite $(U_n)_n$ définie par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = \frac{5U_n + 3}{U_n + 3}$

1) vérifier que $U_{n+1} = 5 - \frac{12}{U_n + 3}$ Puis montrer que $(\forall n \in \mathbb{N})$ $0 < U_n < 3$

2) on pose $V_n = \frac{U_n - 3}{U_n + 1}$

a) montrer que $(V_n)_n$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$

b) prouver que $U_n = \frac{3+V_n}{1-V_n}$ en déduire que $(\forall n \in \mathbb{N})$ $U_n = \frac{3^{n+2}-1}{3^{n+1}+1}$

On considère la suite $(U_n)_n$ définie par : $U_0 = 7$ et $U_{n+1} = \frac{6}{7}U_n + \frac{8}{7}$

1) montrer que $(\forall n \in \mathbb{N})$ $U_n < 8$

2) a) vérifier que $U_{n+1} - U_n = \frac{1}{7}(8 - U_n)$ en déduire la monotonie de la suite $(U_n)_n$

4) on pose $X_n = U_n - 8$

a) montrer que $(X_n)_n$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{6}{7}$

b) déterminer U_n en fonction de n

c) calculer $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} U_k$ en fonction de n