

**TD LIMITE D'UNE FONCTION**  
**EXERCICES D'APPLICATIONS ET DE REFLEXIONS**

PROF: ATMANI NAJIB

1BAC BIOF

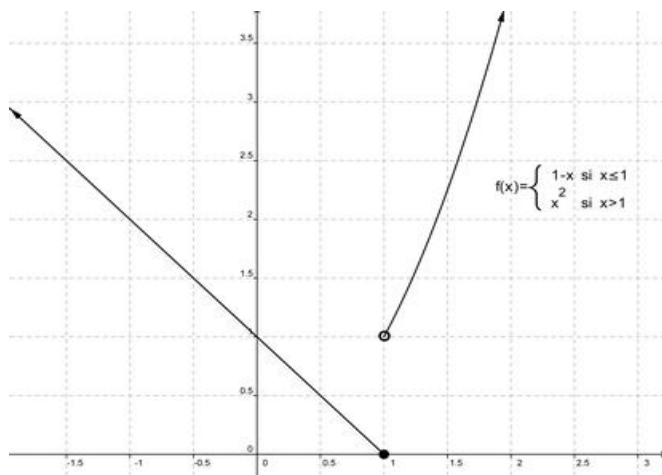
**TD-LIMITE D'UNE FONCTION**

**Exercice1** : déterminer :  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 + x + 2 + \frac{1}{x^2}$

**Exercice2** : Soit la fonction  $f : x \mapsto \frac{|x-1|x}{x^2-1}$

Déterminer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x)$  et  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x)$

**Exercice3** :



La courbe ci-contre est la courbe de la fonction définie par Morceaux comme suite :

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \mapsto 1 - x$  si  $x \leq 1$

$x \mapsto x^2$  si  $x > 1$

Déterminer graphiquement les limites de la fonction  $f$  à droite et à gauche de 1.

**Exercice4**: Soit la fonction  $g$  définie par :

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \mapsto 2x^2 - x + 3$  si  $x \geq 1$

$x \mapsto -x^2 + x + \alpha$  si  $x < 1$

Déterminer  $\alpha$  pour que la fonction  $g$  admette une limite en 1.

**Exercice5** : Soit la fonction  $f : x \mapsto \frac{(x+1)^2}{|x^2-1|}$

Etudier la limite de  $f$  en  $x_0 = -1$

**Exercice6** : déterminer :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - \sqrt{x}$

**Exercice7** : déterminer : 1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 1}{(x-1)^2}$

2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 1}{(x-1)^2}$

3)  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} 2x^3 + x^2 - x + 4$

**Exercice8** : calculer  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x+1}{x^2+x-2}$

**Exercice9** : Déterminer les limites suivantes :

1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x + 5x^2 - 7x^4$     2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 5x^2 - 7x^4}{x - 10x^2 + 14x^3}$

3)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 8x^2 - 2x^5}{x^2 + 2x^6}$     4)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x}{2x^3 + 2x - 4}$

5)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^2 - 3x + 2}$

**Exercice10** : Déterminer les limites suivantes :

1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$     2)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos \sqrt{x} - 1}{x}$     3)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{x - \frac{\pi}{6}}$

**Exercice11** : Déterminer les limites suivantes :

1)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x}$     2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x^3}$     3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sin x}{x^2(2 + \cos x)}$

4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + \frac{x}{2 + \sqrt{x^4 + 1}}$

**Exercice12** : Soient les fonctions tels que :

$f(x) = \sqrt{2x+1}(-3x^2+x)$  et  $g(x) = \frac{-2x^2+1}{(x-3)^2}(\sqrt{x}+1)$

$k(x) = \frac{-3x+1}{x(x-2)}$  et  $h(x) = \frac{x^2+1}{x^3} \sin x$

1) Déterminer :  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) Déterminer :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$

3) Déterminer :  $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$

4) Déterminer les limites aux bornes du domaine de définition de  $k$

**Exercice13** : calculer les limites suivantes :

1)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x}-2}{x^2+3x-10}$     2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3+3x^2-4x-1}{x^3-1}$

3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+x}-x$     4)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x-1}{x-\frac{\pi}{4}}$

**Exercice14** : monter que :  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos\left(\frac{2}{x}\right) = 0$

**Exercice15** : monter que:  $\lim_{x \rightarrow 0} 2 + x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 2$

**Exercice16** : a) monter que:  $|f(x)-3| \leq \frac{2}{3}|x-4|$

b) monter que:  $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{2x+1} = 3$

**Exercice17** : Soit la fonction :  $f : x \mapsto \frac{1+\sin x}{1+\sqrt{x}}$

déterminer :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

**Exercice18**: Soit la fonction :  $f : x \mapsto (x^2 + x^4) \sin \frac{1}{x}$

déterminer :  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

**Exercice19** : Soit la fonction :  $f(x) = 3x^2 + 5x + 1$

Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R}^+$  on a  $3x^2 \leq f(x)$

En déduire :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

**Exercice20** : Soit la fonction :  $f : x \mapsto x + \sin x - 1$

déterminer :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

**Exercice21** : Soit  $f(x) = \frac{2 + \sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$

1- Montrer que  $(\forall x \in \mathbb{R}^*) f(x) \geq \frac{1}{x^2}$

2- En déduire  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »

Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

