

Devoir surveillé 1 de Mathématiques

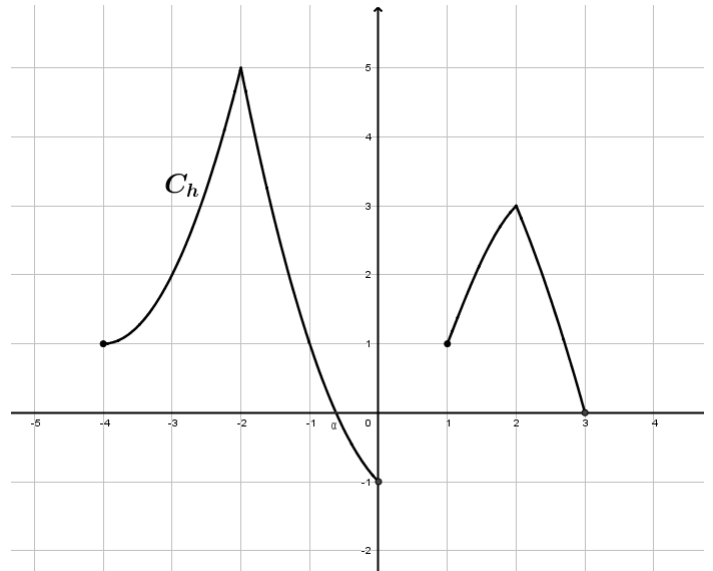
(5 pts) **Exercice 1** Soient f et g deux fonctions définies par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} \text{ et } g(x) = \frac{1}{x^4 - x^2}$$

- (2 pts) 1) Déterminer D_f et D_g les domaines de définitions de f et g respectivement.
(2 pts) 2) Déterminer $D_{g \circ f}$ le domaine de définition de la fonction $g \circ f$.
(1 pts) 3) Donner l'expression de $g \circ f(x)$, $\forall x \in D_{g \circ f}$.

(8 pts) **Exercice 2** Soit h la fonction définie par sa courbe représentative ci-dessous :

- 1) Déterminer D_h le domaine de définition de la fonction h .
2) Dresser le tableau de variations de la fonction h .
3) Dresser le tableau de signe de la fonction h .
4) En déduire l'ensemble de solutions de l'inéquation : $h(x) > 0$.
5) Discuter suivant le paramètre m , le nombre de solutions de l'équation $h(x) = m$.
6) Déterminer les extremums de la fonction h sur D_h .



(7 pts) **Exercice 3** 1) Donner la négations des propositions suivantes :

- (1 pts) (P) : $\forall x \in \mathbb{R} ; \exists k \in \mathbb{Z} / k \leq x < k + 1$.
(1 pts) (Q) : $\forall (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2 ; (\alpha - \beta > 1 \implies \exists N \in \mathbb{Z} / \alpha < N < \beta)$.

(1 pts) 2) Montrer par la contraposée que :

$$\forall n \in \mathbb{N} : \frac{n^2}{3} \in \mathbb{N} \implies \frac{n}{3} \in \mathbb{N}.$$

- (2 pts) 3) En déduire par l'absurde que : $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$.
(2 pts) 4) Soit $q \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$. Montrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\} : q + q^2 + \dots + q^n = \frac{q^n - 1}{q - 1} \times q.$$