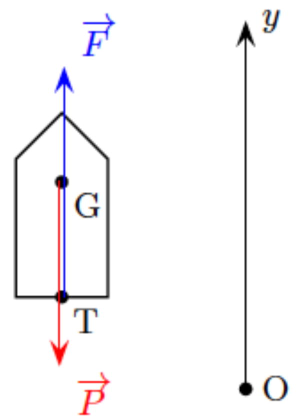
Correction du DST

Exercice 1 Lancement d'un satellite météorologique (15 points)

1/

1.1/ Les deux forces, le poids $\vec{P}$ et la force de poussée $\vec{F}$, sont colinéaires et de sens opposés ; on note T le centre des tuyères des réacteurs, point d'application de la poussée F. Artificiellement, on décale très légèrement l'un des deux vecteurs pour mieux voir l'autre :



1.2/ Deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}_{\text{G}} \Rightarrow \vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}_{\text{G}}$$

Projection sur l'axe (Oy) dirigé vers le haut :

$$-mg + F = ma_y \Longleftrightarrow a_y = \frac{F}{m} - g$$

La fusée n'a pas d'accélération selon les deux autres axes (Ox) et (Oz).

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = |a_y| = \left|\frac{F}{m} - g\right|$$

De plus, afin d'assurer une accélération de la fusée vers le haut, $F > mg$ et donc $a_y > 0$:

$$a = \frac{F}{m} - g$$

Application numérique :

$$a = \frac{1,16.10^7}{7,3.10^5} - 10 = 5,9 \text{ m.s}^{-2}$$

1.3/ On intègre l'équation différentielle précédente :

$$v(t) = \left(\frac{F}{m} - g\right)t + v_0 = at + v_0$$

La condition initiale $v(t = 0) = 0$ (Ariane 5 immobile) permet de déterminer la valeur de la constante d'intégration $v_0 = 0$:

$$v(t) = at$$

1.4/ On intègre une deuxième fois :

$$y(t) = \frac{1}{2}at^2 + y_0$$

La condition initiale $y(t=0)=0$ (G confondu avec l'origine O) permet de déterminer la valeur de la constante d'intégration $y_0 = 0$:

$$y(t) = \frac{1}{2}at^2$$

1.5/ Distance parcourue au temps $t_1 = 6,0$ s :

$$y(t_1) = \frac{1}{2} \times 5,9 \times (6,0)^2 = 1,1.10^2 \text{ m}$$

2/ Il y a des frottements visqueux dus à l'atmosphère.

3/ Force d'interaction gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite, appliquée au centre S du satellite, dirigée de S vers T :

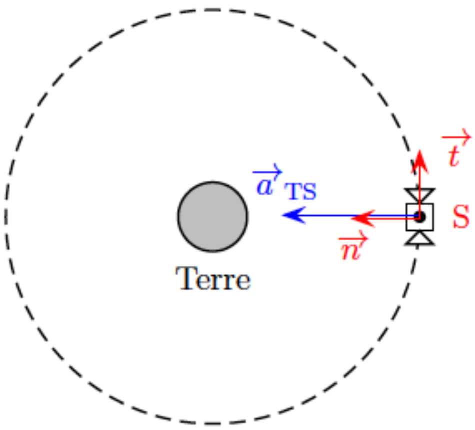
$$\vec{F}_{\mathrm{TS}} = G\frac{M_{\mathrm{T}}m}{(R_{\mathrm{T}}+h)^2}\vec{n}$$

4/ Le satellite n'est soumis qu'à la force d'interaction gravitationnelle due à la Terre. La deuxième loi de Newton s'écrit :

$$\sum F_{\mathrm{ext}} = m\vec{a}_{\mathrm{S}} \Rightarrow \vec{F}_{\mathrm{TS}} = m\vec{a}_{\mathrm{S}}$$

$$m\vec{a}_{\mathrm{S}} = G\frac{M_{\mathrm{T}}m}{(R_{\mathrm{T}}+h)^2}\vec{n}$$
$$\vec{a}_{\mathrm{S}} = G\frac{M_{\mathrm{T}}}{(R_{\mathrm{T}}+h)^2}\vec{n}$$

5/



6/ Le satellite est en mouvement circulaire uniforme. La valeur de l'accélération centripète a_{S} du satellite est liée à la valeur de sa vitesse v_{S} par la relation :

$$a_{\mathrm{S}} = \frac{v_{\mathrm{S}}^2}{R_{\mathrm{T}}+h} \Longleftrightarrow v_{\mathrm{S}} = \sqrt{a_{\mathrm{S}}(R_{\mathrm{T}}+h)}$$

On remplace par l'expression précédente de l'accélération :

$$a_{\mathrm{S}} = G\frac{M_{\mathrm{T}}}{(R_{\mathrm{T}}+h)^2} \Rightarrow v_{\mathrm{S}} = \sqrt{\frac{GM_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{T}}+h}}$$

Application numérique :
$v_{\mathrm{S}} = \sqrt{\frac{6,67.10^{-11}\times 6,0.10^{24}}{(6,4.10^3+6,0.10^2).10^3}}$
$v_{\mathrm{S}} = 7,6.10^3$ m.s^{-1}

7/ T est la période du satellite, ou durée d'une révolution. Une révolution, de longueur $2\pi\left(R_\text{T}+h\right)$, est parcourue dans le temps T à la vitesse v_S constante, donc :

$$v_\text{S} = \frac{2\pi\left(R_\text{T}+h\right)}{T} \Longleftrightarrow T = \frac{2\pi\left(R_\text{T}+h\right)}{v_\text{S}}$$

On remplace v_S par son expression :

$$T = 2\pi\left(R_\text{T}+h\right)\sqrt{\frac{R_\text{T}+h}{GM_\text{T}}} T = 2\pi\sqrt{\frac{\left(R_\text{T}+h\right)^3}{GM_\text{T}}}$$

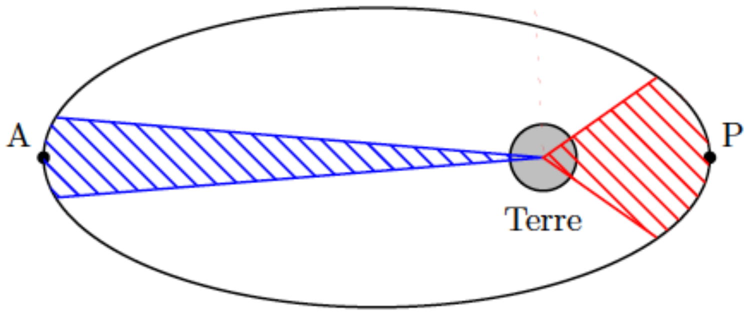
On élève les deux membres au carré :

$$\Rightarrow \frac{T^2}{\left(R_\text{T}+h\right)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_\text{T}}$$

C'est la troisième loi de Képler : le carré de la période divisé par le cube du rayon de l'orbite est égal à une constante.

8/ Deuxième loi de Képler : le rayon vecteur $\overrightarrow{TS}$ reliant le centre de l'astre attracteur (ici, la Terre) au centre du satellite balaye des aires égales pendant des durées égales.

9/ L'orbite de transfert est elliptique ; le point A est l'aphélie, point le plus éloigné du centre attracteur, le point P est le périhélie, point le plus proche du centre attracteur. Si on veut que le rayon vecteur $\overrightarrow{TS}$ balaye des aires égales pendant des durées égales, il faut que le déplacement soit plus rapide en P qu'en A :



Ainsi, la vitesse est maximale au point P, et minimale au point A.

10/
Un satellite géostationnaire doit :
- avoir la même période de révolution que la Terre, soit un jour sidéral, $T = 86\,164$ s ≈ 24 h ;
- tourner d'Est en Ouest ;
- se trouver dans le plan de l'équateur.

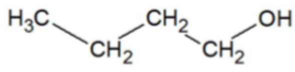
Si ces conditions sont réunies, le satellite apparaîtra immobile par rapport au sol.

Exercice 2 Identifier une molécule (5 points)

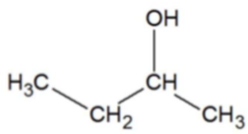
1/ Les groupes caractéristiques qui sont formés d'un seul atome d'oxygène sont :

- le groupe hydroxyle (fonction ou famille des alcools) R – OH ;
- le groupe carbonyle (fonctions ou familles des aldéhydes R = O ou des cétones R – CO – R′) ;
- le groupe ou fonction ou famille des éthers-oxydes R – O – R′ (ce dernier groupe étant hors programme, la réponse était facultative).

2/ Formules semi-développées possibles pour les deux isomères du butanol :



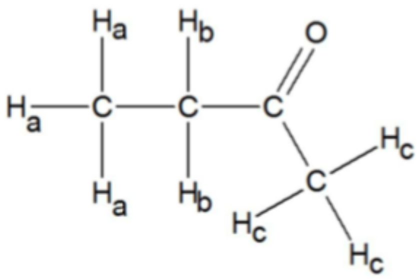
Butan-1-ol



Butan-2-ol

3/ On constate que A a deux atomes d'hydrogène en moins par rapport au butanol ; par conséquent, afin de conserver toujours quatre liaisons à chacun des atomes de carbone et deux liaisons à l'atome d'oxygène tel que l'impose la règle de l'octet, il faut soit insérer quelque part dans la molécule une double liaison, soit créer un cycle. Or l'énoncé indique que la molécule n'est pas cyclique, par conséquent la molécule A comporte une double liaison C = C ou C = O.

4/ Dans la formule développée suivante, les protons équivalents sont mis en exergue par une lettre :



5/ Le groupe des trois protons équivalents (a) a deux protons voisins, donc ils vont former un triplet ;
Le groupe de deux protons équivalents (b) a trois protons voisins, ils vont former un quadruplet ;
Le groupe de trois protons équivalents (c) n'a aucun proton voisin, ils forment un singulet.
Le seul spectre compatible est donc le spectre n° 1 (où le singulet à $\delta = 0$ ppm correspond à la référence).

Fin