

# Correction de l'examen national 2021 session de rattrapage

## Science math

[www.svt-assilah.com](http://www.svt-assilah.com)

### Exercice I : Chimie (7 points)

#### Partie I : Quelques réactions avec l'ion ammonium

#### 1-Etude d'une solution aqueuse de chlorure d'ammonium

##### 1-1-L'équation de la réaction de $\text{NH}_4^+$ et l'eau :



##### 1-2-L'expression de $\tau$ :

Equation de la réaction		$\text{NH}_4^+(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightleftharpoons \text{NH}_3(\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$			
L'état	avancement	Quantité de matière en (mol)			
initial	0	C.V	En excès	0	0
intermédiaire	x	C.V - x	En excès	x	x
équilibre	$x_{\text{éq}}$	C.V - $x_{\text{éq}}$	En excès	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

On a : 
$$\tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{max}}}$$

Le réactif limitant est  $\text{NH}_4^+$  car l'eau est utilisée en excès :  $C.V - x_{\text{max}} = 0 \Leftrightarrow x_{\text{max}} = C.V$

D'après le tableau d'avancement :

$$[\text{NH}_4^+]_{\text{éq}} = \frac{C.V - x_{\text{éq}}}{V} = C - \frac{x_{\text{éq}}}{V} ; [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V} ; [\text{Cl}^-]_{\text{éq}} = C$$

La conductivité s'écrit :

$$\sigma = [\text{NH}_4^+]_{\text{éq}} \cdot \lambda(\text{NH}_4^+) + [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} \cdot \lambda(\text{H}_3\text{O}^+) + [\text{Cl}^-]_{\text{éq}} \cdot \lambda(\text{Cl}^-)$$

$$\sigma = \left(C - \frac{x_{\text{éq}}}{V}\right) \cdot \lambda_2 + \frac{x_{\text{éq}}}{V} \cdot \lambda_1 + C \cdot \lambda_3 \Leftrightarrow \sigma = \frac{x_{\text{éq}}}{V} (\lambda_1 - \lambda_2) + C \cdot \lambda_2 + C \cdot \lambda_3$$

$$\frac{x_{\text{éq}}}{V} (\lambda_1 - \lambda_2) = \sigma - C \cdot (\lambda_2 + \lambda_3) \Leftrightarrow x_{\text{éq}} = \frac{V}{\lambda_1 - \lambda_2} [\sigma - C \cdot (\lambda_2 + \lambda_3)]$$

$$\tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{max}}} \Leftrightarrow \tau = \frac{V}{\lambda_1 - \lambda_2} [\sigma - C \cdot (\lambda_2 + \lambda_3)] \cdot \frac{1}{C.V}$$

$$\tau = \frac{[\sigma - C \cdot (\lambda_2 + \lambda_3)]}{C(\lambda_1 - \lambda_2)}$$

$$\tau = \frac{74,898 \cdot 10^{-3} - 5,0 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 (7,34 \cdot 10^{-3} + 7,63 \cdot 10^{-3})}{5,0 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 \times (34,9 \cdot 10^{-3} - 7,34 \cdot 10^{-3})} = 3,48 \cdot 10^{-4}$$

$$\tau \approx 0,035\%$$

1-3-L'expression de  $K_A$  en fonction de  $C$  et  $\tau$  :

$$K_A = Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{NH}_3]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{NH}_4^+]_{\text{éq}}}$$

$$\tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{max}}} \Rightarrow x_{\text{éq}} = \tau \cdot C \cdot V$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = [\text{NH}_3]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V} = \frac{\tau \cdot C \cdot V}{V} = C \cdot \tau$$

$$[\text{NH}_4^+]_{\text{éq}} = C - \frac{x_{\text{éq}}}{V} = C - C \cdot \tau = C(1 - \tau)$$

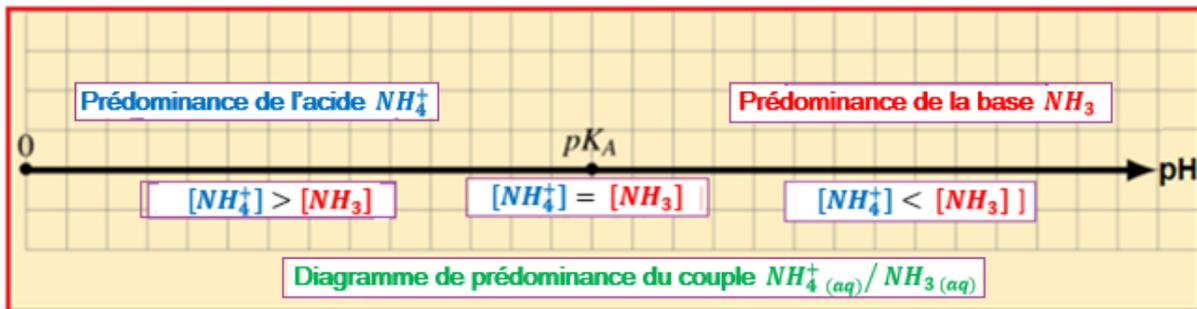
$$K_A = Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}^2}{[\text{NH}_4^+]_{\text{éq}}} = \frac{(C \cdot V)^2}{C(1 - \tau)} = \frac{C^2 \cdot \tau^2}{C(1 - \tau)} \Leftrightarrow K_A = \frac{C \cdot \tau^2}{1 - \tau}$$

-Vérification de  $pK_A$  :

$$pK_A = -\log K_A$$

$$pK_A = -\log \left( \frac{C \cdot \tau^2}{1 - \tau} \right) \Leftrightarrow pK_A = -\log \left[ \frac{5 \cdot 10^{-3} \times (3,48 \cdot 10^{-4})^2}{1 - 3,48 \cdot 10^{-4}} \right] \Rightarrow pK_A \approx 9,2$$

1-4-le diagramme de prédominance du couple  $\text{NH}_4^+_{(\text{aq})}/\text{NH}_3_{(\text{aq})}$  :



-L'espèce prédominante :

$$pH = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = -\log(C \cdot \tau) = -\log(5,0 \cdot 10^{-3} \times 3,48 \cdot 10^{-4}) = 5,72$$

$$pH < pK_A \Leftrightarrow pK_A + \log \frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} < pK_A \Leftrightarrow \log \frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} < \log 1 \Leftrightarrow \frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} < 1 \Leftrightarrow [\text{NH}_3] < [\text{NH}_4^+]$$

L'espèce prédominante du couple  $\text{NH}_4^+/\text{NH}_3$  est l'espèce acide  $\text{NH}_4^+$ .

1-5-Nombre d'affirmations exactes : 2

- a- Le taux d'avancement final de la réaction augmente. **Faux**
- b- Le quotient de réaction à l'équilibre de la réaction reste constant. **Exacte**
- c- L'avancement à l'équilibre ne varie pas. **Faux**
- d- Le  $pK_A(\text{NH}_4^+/\text{NH}_3)$  diminue. **Faux**

**2-Dosage des ions ammonium dans un médicament**

2-1-L'équation de la réaction du dosage :



2-2-La constante d'équilibre de la réaction du dosage :

$$K = Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{NH}_3]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{NH}_4^+]_{\text{éq}} \cdot [\text{HO}^-]_{\text{éq}}} = \frac{[\text{NH}_3]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{NH}_4^+]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} \cdot [\text{HO}^-]_{\text{éq}}} \cdot 1$$

$$K = \frac{K_A}{K_e} \Leftrightarrow K = \frac{10^{-pK_A}}{K_e}$$

A.N : 
$$K = \frac{10^{-9,2}}{10^{-14}} \Leftrightarrow K = 6,31 \cdot 10^4$$

2-3-L'indication est-elle vérifiée ?

Déterminant la concentration massique  $C_m$  de la solution  $S_1$  :

$$C_m = C_A \cdot M(\text{NH}_4\text{Cl}) \Rightarrow C_m = 2,83 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \times 53,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 1,51 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

Oui l'indication portée sur le flacon est vérifiée car  $C_m = C_0 = 1,51 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ .

Partie II : Pile nickel-argent :

1- L'équation de la réaction du fonctionnement de la pile :

Au niveau de la cathode se produit la réduction de  $\text{Ag}^+$ :  $\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{e}^- \rightleftharpoons \text{Ag}(\text{s})$   $\text{Ag}^+(\text{aq})/\text{Ag}(\text{s})$

Au niveau de l'anode se produit l'oxydation de Ni :  $\text{Ni}(\text{s}) \rightleftharpoons \text{Ni}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^-$   $\text{Ni}^{2+}(\text{aq})/\text{Ni}(\text{s})$

L'équation bilan : 
$$2\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{Ni}(\text{s}) \rightarrow \text{Ni}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{Ag}(\text{s})$$

2-La capacité de la pile :

Le tableau d'avancement :

Equation de la réaction		$2\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{Ni}(\text{s}) \rightarrow \text{Ni}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{Ag}(\text{s})$				$n(\text{e}^-)$
L'état	avancement	Quantité de matière en (mol)				
initial	$x = 0$	$[\text{Ag}^+]_i \cdot V$	$\frac{m_1}{M(\text{Ni})}$	$[\text{Ni}^{2+}]_i \cdot V$	0	$n(\text{e}^-) = 0$
final	$x = x_{\text{max}}$	$[\text{Ag}^+]_i \cdot V - 2x_{\text{max}}$	$\frac{m_1}{M(\text{Ni})} - x_{\text{max}}$	$[\text{Ni}^{2+}]_i \cdot V + x_{\text{max}}$	0	$n(\text{e}^-) = 2x_{\text{max}}$

L'avancement maximal :

Le réactif limitant est  $\text{Ag}^+$ :  $[\text{Ag}^+]_i \cdot V - 2x_{\text{max}1} = 0 \Leftrightarrow x_{\text{max}1} = \frac{[\text{Ag}^+]_i \cdot V}{2} = \frac{0,10 \times 0,1}{2} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$

Le réactif limitant est Ni :  $\frac{m_1}{M(\text{Ni})} - x_{\text{max}2} = 0 \Leftrightarrow x_{\text{max}2} = \frac{m_1}{M(\text{Ni})} = \frac{0,15}{58,7} = 2,55 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$

L'avancement maximal est :  $x_{\text{max}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$

La capacité de la pile :

$$Q_{\text{max}} = n(\text{e}^-)_{\text{max}} \cdot F \Rightarrow Q_{\text{max}} = 2x_{\text{max}} \cdot F$$

$$Q_{\text{max}} = 2 \times 5 \cdot 10^{-3} \times 9,65 \cdot 10^4 \Rightarrow Q_{\text{max}} = 965 \text{ C}$$

### 3-La concentration des ions $\text{Ni}^{2+}$ :

D'après le tableau d'avancement :

$$[\text{Ni}^{2+}] = \frac{[\text{Ni}^{2+}]_i \cdot V + x}{V} = [\text{Ni}^{2+}]_i + \frac{x}{V}$$

$$\begin{cases} n(e^-) = 2x \\ n(e^-) = \frac{Q}{F} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n(e^-) = 2x \\ n(e^-) = \frac{I \cdot \Delta t}{F} \end{cases} \Leftrightarrow 2x = \frac{I \cdot \Delta t}{F} \Leftrightarrow x = \frac{I \cdot \Delta t}{2F}$$

$$[\text{Ni}^{2+}] = [\text{Ni}^{2+}]_i + \frac{I \cdot \Delta t}{2FV}$$

A.N :  $[\text{Ni}^{2+}] = 0,10 + \frac{0,2 \times 30 \times 60}{2 \times 9,65 \cdot 10^4 \times 0,1} \Rightarrow [\text{Ni}^{2+}] \approx 0,12 \text{ mol. L}^{-1}$

### Exercice 2 : Ondes (2points)

#### 1-Une onde lumineuse est-elle une onde mécanique ?

Non une onde lumineuse est une onde électromagnétique (car l'onde mécanique nécessite un milieu matériel pour se propager).

#### 2-L'ordre de grandeur de a :

Condition pour observer le phénomène de diffraction :  $10\lambda < a < 100\lambda \Leftrightarrow 10\lambda < a < 10^2\lambda$

Pour avoir le phénomène de diffraction l'ordre de grandeur de a doit être de l'ordre de  $\lambda$ .

#### 3- Le nombre d'affirmations exactes : 2

a- La lumière est une onde transversal, dont la célérité est la même dans tous milieu transparent. Faux

b- La lumière monochromatique d'un laser est constituée de radiations d'une seule longueur d'onde mais de fréquences différentes. Faux

c- La dispersion de la lumière blanche dans le prisme montre que l'indice de réfraction du milieu varie avec la fréquence. Exacte

d- Le vide est parfaitement non dispersif. Exacte

#### 4-1- La longueur d'onde $\lambda$ :

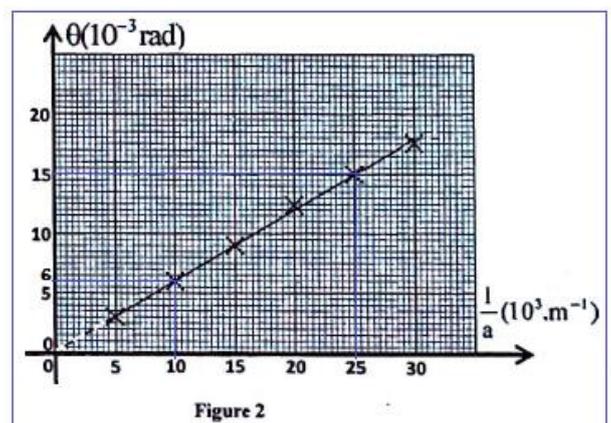
La courbe  $\theta = f\left(\frac{1}{a}\right)$  est une fonction linéaire, son

équation s'écrit :  $\theta = K \cdot \frac{1}{a}$  (1)

$$K = \frac{\theta_2 - \theta_1}{\left(\frac{1}{a}\right)_2 - \left(\frac{1}{a}\right)_1} = \frac{(15 - 6) \cdot 10^{-3} \text{ rad}}{(25 - 10) \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

On a :  $\theta = \frac{\lambda}{a} = \lambda \cdot \frac{1}{a}$  (2)

Des deux relations : (1) et (2) on écrit :  $\lambda = K = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m} \Leftrightarrow \lambda = 0,6 \mu\text{m}$



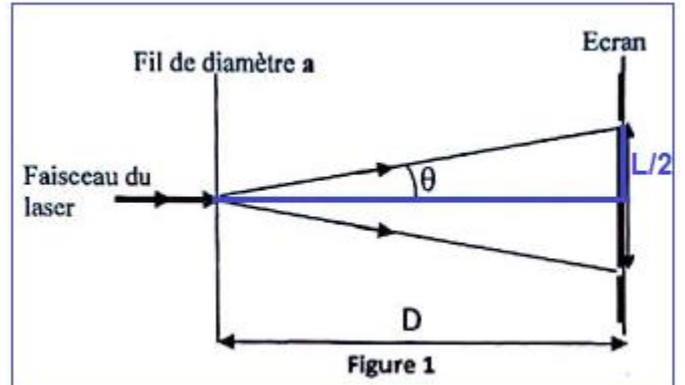
#### 4-2-Détermination de $a_1$ :

D'après la figure 1, on a :  $\tan\theta = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$ ,  
 l'angle  $\alpha$  est petit :  $\tan\theta \simeq \theta \Rightarrow \theta = \frac{L}{2D}$

$$\begin{cases} \theta = \frac{\lambda}{a_1} \\ \theta = \frac{L}{2D} \end{cases} \Rightarrow \frac{L}{2D} = \frac{\lambda}{a_1} \Leftrightarrow a_1 = \frac{2\lambda D}{L}$$

$$a_1 = \frac{2 \times 6.10^{-7} \times 2,0}{4.10^{-2}} = 6.10^{-5} \text{ m}$$

$$a_1 = 60 \mu\text{m}$$



### Exercice 3 : Transformations nucléaires (1,5 points)

#### 1-L'équation de la réaction nucléaire :



Loi de conservation du nombre de nucléons :

$$235 + 1 = 146 + 85 + x \Rightarrow x = 236 - 231 = 5$$

L'équation de la réaction nucléaire s'écrit :



#### 2-L'énergie $|\Delta E|$ produite de la fission d'un noyau d'uranium 235 :

$$|\Delta E| = |[m({}_{58}^{146}\text{Ce}) + m({}_{34}^{85}\text{Se}) + 5m({}_0^1\text{n}) - m({}_{92}^{235}\text{U}) - m({}_0^1\text{n})].c^2|$$

$$|\Delta E| = [m({}_{92}^{235}\text{U}) - m({}_{58}^{146}\text{Ce}) - m({}_{34}^{85}\text{Se}) - 4m({}_0^1\text{n})].c^2$$

$$|\Delta E| = [234,9935 - 145,8782 - 84,9033 - 4 \times 1,0087]u. c^2 = 0,1772 \times 931,5\text{MeV}.c^{-2}.c^2 = 165,0618 \text{ MeV}$$

$$|\Delta E| = 165,0618 \times 1,6022.10^{-13}\text{J} \Rightarrow |\Delta E| = 2,645.10^{-11} \text{ J}$$

#### 3-L'énergie E produite par 1kg d'uranium activée à 5 % :

Soit  $m'$  la masse d'uranium activée dans 1kg d'uranium 235 :

$$m' = \frac{5}{100} \times 1\text{kg} = 0,05 \text{ kg}$$

Soit N le nombre de noyaux qui se trouve dans  $m'$  d'uranium activée :

$$N = \frac{m'}{m({}_{92}^{235}\text{U})} \Rightarrow N = \frac{0,05}{234,9935 \times 1,6605. 10^{-27}} = 1,28137.10^{23}$$

L'énergie E produite de la fission de N noyau d'uranium 235 activé :

$$E = N. |\Delta E| \Rightarrow E = 1,28137.10^{23} \times 2,645.10^{-11} \Rightarrow E = 3,389.10^{12} \text{ J}$$

#### 4- La masse d'uranium 235 activée en un an :

L'expression de la puissance :  $p = \frac{E_e}{\Delta t} \Rightarrow E_e = p \cdot \Delta t$

Le rendement est le rapport de  $E_e$  l'énergie électrique et  $E_T$  l'énergie nucléaire :

$$r = \frac{E_e}{E_T} \Rightarrow E_T = \frac{E_e}{r} \Rightarrow E_T = \frac{p \cdot \Delta t}{r}$$

D'après la question 3 la fission de  $m'$  d'uranium activée 235 produit l'énergie :  $E = 3,389 \cdot 10^{12} \text{ J}$

La fission de masse  $m$  d'uranium activée produit l'énergie  $E_T = \frac{p \cdot \Delta t}{r}$  tel que :

$$m = \frac{p \cdot \Delta t}{E \cdot r} \Rightarrow m = \frac{1450 \cdot 10^6 \times 365,25 \times 24 \times 3600}{0,34 \times 3,388 \cdot 10^{15}} \Leftrightarrow m = 3,97 \cdot 10^4 \text{ kg}$$

### Exercice 4 : Electricité (5 points)

#### 1- Eveil lumière

##### 1-1- L'équation différentielle :

Loi d'additivité des tensions :

$$u_b + u = E \Leftrightarrow L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + u = E$$

$$u = R \cdot i \Rightarrow i = \frac{u}{R} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du}{dt}$$

$$L \cdot \frac{1}{R} \frac{du}{dt} + r \cdot \frac{u}{R} + u = E \Leftrightarrow \frac{L}{R} \cdot \frac{du}{dt} + u \cdot \frac{R+r}{R} = E$$

$$\frac{du}{dt} + u \cdot \frac{R+r}{L} = \frac{R \cdot E}{L}$$

##### 1-2-Vérification de $r$ et $L$ :

En régime permanent on a :  $u = u_{\max} = \text{cte} \Rightarrow \frac{du}{dt} = 0$

L'équation différentielle s'écrit :

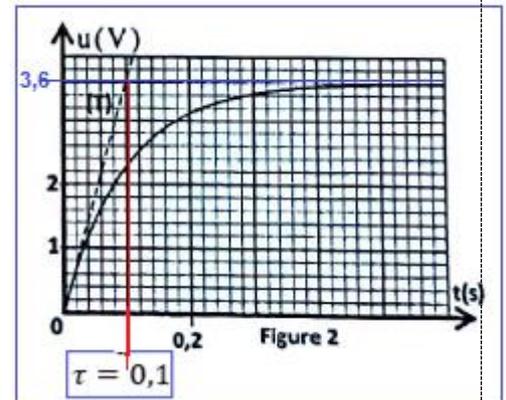
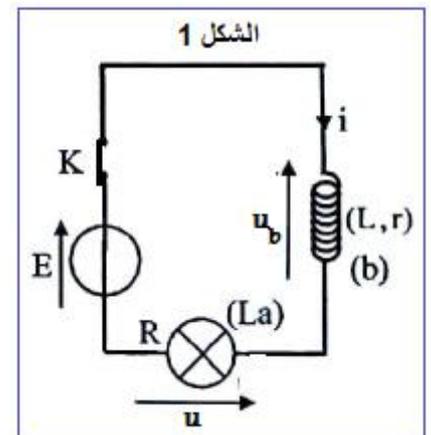
$$u_{\max} \cdot \frac{R+r}{L} = \frac{R \cdot E}{L}$$

$$u_{\max} \cdot R + r \cdot u_{\max} = R \cdot E$$

$$r \cdot u_{\max} = R(E - u_{\max}) \Rightarrow r = \frac{R(E - u_{\max})}{u_{\max}}$$

D'après la figure 2, en régime permanent on trouve :  $u_{\max} = 3,6 \text{ V}$

A.N :  $r = \frac{4 \times (9 - 3,6)}{3,6} \Leftrightarrow r = 6 \Omega$



On a :  $\tau = \frac{L}{R+r} \Leftrightarrow L = \tau(R+r)$  A.N:  $L = 0,1 \times (4 + 6) \Leftrightarrow L = 1H$

1-3-1- Montrons la relation  $u(t) = 0,99 u_{\max}$  :

On a l'expression de la puissance électrique est :  $p = 98,01 \% p_{\max} = 0,9801 p_{\max}$

$$p_{\max} = \frac{u_{\max}^2}{R} \quad \text{et} \quad p = \frac{u^2}{R}$$

$$\frac{u^2}{R} = 0,9801 \frac{u_{\max}^2}{R} \Leftrightarrow u = \sqrt{0,9801} u_{\max} \Leftrightarrow u(t) = 0,99 u_{\max}$$

1-3-2- La durée  $t_R$  :

La solution de l'équation différentielle s'écrit :  $u(t) = u_{\max} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  à l'instant  $t_R$ , on a :

$$u(t) = 0,99 u_{\max} \quad \text{et} \quad u(t_R) = u_{\max} (1 - e^{-\frac{t_R}{\tau}})$$

$$0,99 u_{\max} = u_{\max} (1 - e^{-\frac{t_R}{\tau}}) \Leftrightarrow 0,99 = 1 - e^{-\frac{t_R}{\tau}} \Leftrightarrow e^{-\frac{t_R}{\tau}} = 1 - 0,99$$

$$-\frac{t_R}{\tau} = \ln(0,01) \Leftrightarrow t_R = -\tau \cdot \ln(0,01)$$

$$t_R = -0,1 \times \ln(0,01) \Leftrightarrow t_R = 0,46 \text{ s}$$

1-3-3- Proposition de modification apportée au circuit :

D'après l'expression :  $t_R = -\tau \cdot \ln(0,01)$  pour prolonger la valeur de  $t_R$  il faut augmenter la valeur de  $\tau$

D'après l'expression  $\tau = \frac{L}{R+r}$  il faut diminuer la valeur de  $R$  c.à.d remplacer la lampe par une autre ayant la résistance inférieure à  $R$

## 2- Etude du circuit LC

2-1-La valeur de  $k$  :

D'après la loi d'additivité des tensions :

$$u_b + u_c = u_g \Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i + u_c = k \cdot i$$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + (r - k) \cdot i + u_c = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_c}{dt} \quad \text{et} \quad \frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dq}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left( C \cdot \frac{du_c}{dt} \right) = C \cdot \frac{d^2 u_c}{dt^2}$$

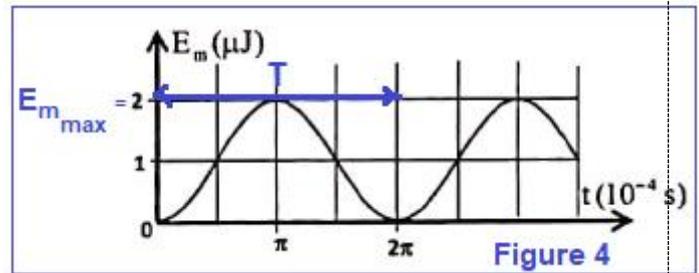
$$L \cdot C \cdot \frac{d^2 u_c}{dt^2} + (r - k) \cdot C \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c = 0 \Leftrightarrow \frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{r - k}{L} \cdot \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot u_c = 0$$

Pour avoir un circuit LC (oscillations sinusoidales) il faut que :  $\frac{r-k}{L} = 0 \Rightarrow r - k = 0$

$$r = k = 6 \Omega$$

Détermination de  $I_m$  :

D'après la figure 4 la valeur de  $E_{m_{\max}}$  l'énergie magnétique maximale :  $E_{m_{\max}} = 2 \mu\text{J}$



$$E_T = E_m + E_e = E_{m_{\max}} \Rightarrow E_{m_{\max}} = \frac{1}{2} L \cdot I_m^2 \Leftrightarrow I_m^2 = \frac{2 \cdot E_{m_{\max}}}{L} \Rightarrow I_m = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{m_{\max}}}{L}}$$

$$I_m = \sqrt{\frac{2 \times 2.10^{-6}}{1}} = 2.10^{-3} \text{ A} \Leftrightarrow I_m = 2 \text{ mA}$$

-Détermination de C :

La période T de l'énergie magnétique (figure 4)  $T = 2\pi \cdot 10^{-4} \text{ s}$

On a :  $T_0 = 2T$  avec  $T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$

$$T_0^2 = 4\pi^2 L \cdot C \Rightarrow C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L} = \frac{(2T)^2}{4\pi^2 \cdot L} = \frac{T^2}{\pi^2 \cdot L} \Rightarrow C = \frac{(2\pi \cdot 10^{-4})^2}{\pi^2 \times 1} = 4.10^{-8} \text{ F} \Rightarrow C = 40 \text{ nF}$$

-Détermination de  $Q_0$  :

$$E_T = E_m + E_e = E_{m_{\max}} = E_{e_{\max}} = \frac{1}{2C} \cdot Q_0^2$$

$$Q_0^2 = 2C \cdot E_{e_{\max}} \Rightarrow Q_0 = \sqrt{2C \cdot E_{e_{\max}}} \Rightarrow Q_0 = \sqrt{2 \times 4.10^{-8} \times 2.10^{-6}} = 4.10^{-7} \text{ C}$$

$$Q_0 = 0,4 \mu\text{C}$$

### 3-Oscillateur RLC en régime forcé

3-1- La résistance correspondante à la courbe (b) :

Plus que la résistance R du circuit est petite plus que la résonance est aigue.

On a  $R_1 < R_2$  donc la résistance  $R_1$  correspond à la courbe (b).

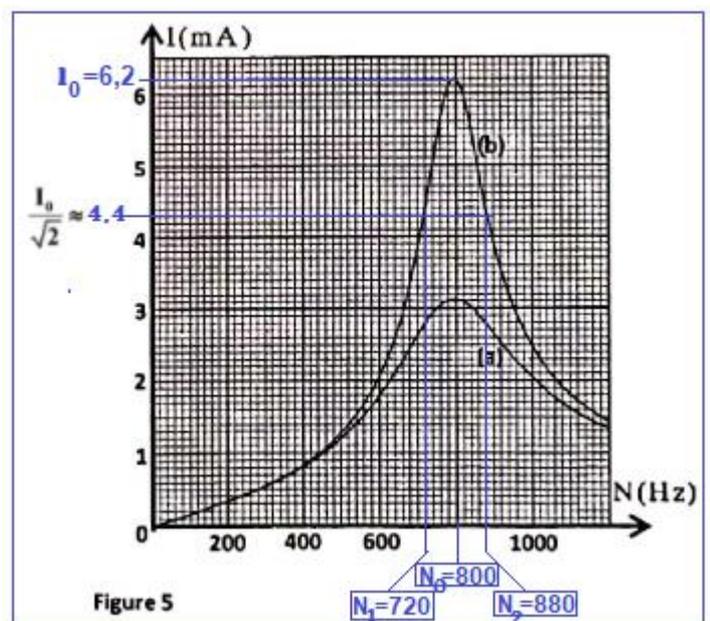
3-2-La fréquence à la résonance :

$$N_0 = 800 \text{ Hz}$$

3-3-la largeur de la bande passante :

C'est l'intervalle de fréquence  $[N_1, N_2]$  tel que :  $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ ,  $I_0$  l'intensité maximale efficace à la résonance  $I_0 = 6,2 \text{ mA}$ .

$$\frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{6,2}{\sqrt{2}} = 4,38 \text{ mA} \approx 4,4 \text{ mA}$$



Graphiquement on trouve :  $N_1 = 720 \text{ Hz}$  et  $N_2 = 880 \text{ Hz}$

La largeur de la bande passante :  $\Delta N = N_2 - N_1 = 880 - 720 \Leftrightarrow \Delta N = 160 \text{ Hz}$

-Dédution du facteur de qualité :

$$Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{N_0}{N_2 - N_1} = \frac{800}{880 - 720} \Rightarrow Q = 5$$

3-4- La valeur de  $R_1$ :

$$\Delta N = \frac{R}{2\pi L} \Rightarrow R = 2\pi L \cdot \Delta N$$

$$R = R_1 + r \Rightarrow R_1 = R - r \Rightarrow R_1 = 2\pi L \cdot \Delta N \Rightarrow R_1 = 2\pi \times 1 \times 160 - 6 = 999,3 \Omega \approx 1000\Omega$$

2<sup>ème</sup> méthode :

$$Q = \frac{L \cdot \omega_0}{R} \Rightarrow R_1 + r = \frac{2\pi \cdot L \cdot N_0}{Q} \Leftrightarrow R_1 = \frac{2\pi \cdot L \cdot N_0}{Q} - r$$

$$R_1 = \frac{2\pi \times 1 \times 800}{5} - 6 = 999,3 \Omega$$

### Exercice 5 : Mécaniques (4,5 points)

#### Partie I : Expérience de Millikan

##### 1-Clacil du rayon de la gouttelette d'huile

##### 1-1-L'équation différentielle :

Système étudié : {La gouttelette (S)}

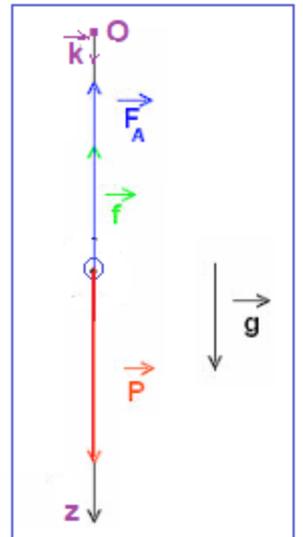
Bilan des forces :

$\vec{P}$  : son poids tel que  $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$

$\vec{f}$  : la force de frottement fluide tel que  $\vec{f} = -6\pi\eta r \cdot \vec{v}$

$\vec{F}_A$  : la poussée d'Archimède,  $\vec{F}_A = -\rho_A V_s \cdot \vec{g} = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_A \cdot \vec{g}$

Application de la deuxième loi de Newton dans le repère  $(O, \vec{k})$  lié à un référentiel terrestre supposé galiléen :



$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{F}_A = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow m \cdot \vec{g} - 6\pi\eta r \cdot \vec{v} - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_A \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$$

Projection sur l'axe Oz :

$$m \cdot g - 6\pi\eta r \cdot v - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_A \cdot g = m \cdot a \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta r}{m} \cdot v = g \left( 1 - \frac{4\pi r^3 \rho_A}{3m} \right)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta r}{\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho_H} \cdot v = g \left( 1 - \frac{4\pi r^3 \rho_A}{\frac{4}{3} \times 3\pi r^3 \cdot \rho_H} \right) \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{9\eta}{2\rho_H \cdot r^2} \cdot v = g \left( 1 - \frac{\rho_A}{\rho_H} \right)$$

## 1-2-L'expression de la vitesse limite :

Quand la gouttelette arrive à la vitesse limite, on a :  $v = v_\ell = \text{cte} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$  l'équation différentielle s'écrit :

$$\frac{9\eta}{2\rho_H \cdot r^2} \cdot v_\ell = g \left(1 - \frac{\rho_A}{\rho_H}\right) \Leftrightarrow v_\ell = \frac{2\rho_H g \cdot r^2}{9\eta} \cdot \left(1 - \frac{\rho_A}{\rho_H}\right) \Leftrightarrow v_\ell = \frac{2g \cdot r^2}{9\eta} \cdot (\rho_H - \rho_A)$$

## 1-3-Vérification du rayon r :

$$v_\ell = \frac{2g \cdot r^2}{9\eta} \cdot (\rho_H - \rho_A) \Leftrightarrow r^2 = \frac{9\eta \cdot v_\ell}{2g(\rho_H - \rho_A)} \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{9\eta \cdot v_\ell}{2g(\rho_H - \rho_A)}}$$

$$r = \sqrt{\frac{9 \times 1,8 \cdot 10^{-5} \times 2,010^{-4}}{2 \times 9,81 \times (1,3 \cdot 10^2 - 1,3)}} = 3,58 \cdot 10^{-6} \text{ m} \Leftrightarrow r \approx 3,6 \text{ } \mu\text{m}$$

## 2-Calcul de la charge de la gouttelette :

### 2-1-L'expression de la charge q :

Système étudié : {La gouttelette (S)}

Bilan des forces :

$\vec{P}$  : son poids tel que  $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$

$\vec{F}_A$  : la force d'Archimède,  $\vec{F}_A = -\rho_A V_s \cdot \vec{g} = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_A \cdot \vec{g}$

$\vec{F}_e$  : la force électrostatique,  $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$

Application de la première loi de Newton dans le repère  $(O, \vec{k})$  lié à un référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{F}_A + \vec{F}_e = \vec{0} \Leftrightarrow m \cdot \vec{g} - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_A \cdot \vec{g} + q \cdot \vec{E} = \vec{0}$$

Projection sur l'axe Oz :

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_H \cdot g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_A \cdot g + q \frac{U_0}{d} = 0 \Leftrightarrow q = \frac{4\pi r^3 \cdot d \cdot g}{3U_0} (\rho_A - \rho_H)$$

### 2-2- Nombre de charges élémentaires portées par la gouttelette :

$$q = -Ne \Leftrightarrow N = -\frac{q}{e} \Leftrightarrow N = -\frac{\frac{4\pi r^3 \cdot d \cdot g}{3U_0} (\rho_A - \rho_H)}{e} \Rightarrow N = \frac{4\pi r^3 \cdot d \cdot g}{3e \cdot U_0} (\rho_A - \rho_H)$$

$$\text{AN: } N = -\frac{4\pi(3,6 \cdot 10^{-6})^3 \times 2,0 \cdot 10^{-2} \times 9,81}{3 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 3,1 \cdot 10^3} \times (1,3 - 1,3 \cdot 10^2) = 9,95 \Leftrightarrow N \approx 10$$

La gouttelette porte la charge :  $q = -10 e$

## Partie II : spectrographe de masse :

### 1-1- Nature du mouvement de l'ion ${}^6\text{Li}^+$ :

L'on  ${}^6\text{Li}^+$  entre les plaques A et C sont soumise à la force électrostatique :  $\vec{F} = q \cdot \vec{E} = e \cdot \vec{E}$

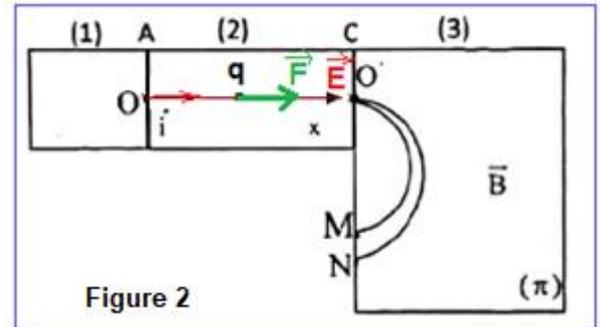
On applique la deuxième loi de Newton dans le repère  $(O, \vec{i})$  considéré comme galiléen :

$$\vec{F} = m_1 \cdot \vec{a}_1 \Leftrightarrow m_1 \cdot \vec{a}_1 = e \cdot \vec{E} \Leftrightarrow \vec{a}_1 = \frac{e}{m_1} \cdot \vec{E}$$

Projection sur l'axe  $Ox$  :

$$a_1 = \frac{e}{m_1} \cdot E = \frac{e}{m_1} \cdot \frac{U_0}{d} = \frac{e \cdot U_0}{m_1 \cdot d}$$

L'accélération est constante  $a_1 = \text{cte}$ , le mouvement de l'ion  ${}^6\text{Li}^+$  **rectiligne uniformément varié (accélééré)**.



### 1-2- L'équation horaire du mouvement :

-L'équation horaire du mouvement rectiligne uniformément accéléré :  $x(t) = \frac{1}{2} a_1 \cdot t^2 + v_0 t + x_0$

A  $t=0$  on a :  $v_0 = 0$  et  $x_0 = 0$

$$x(t) = \frac{1}{2} a_1 \cdot t^2 \Leftrightarrow x(t) = \frac{e \cdot U_0}{2m_1 \cdot d} \cdot t^2 \quad (1)$$

-Dédution de l'équation de  $v_1$  :

$$v_1(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{2e \cdot U_0}{2m_1 \cdot d} \cdot t \Leftrightarrow v_1(t) = \frac{e \cdot U_0}{m_1 \cdot d} \cdot t \quad (2)$$

### 1-3- L'expression de $v_1$ :

On élimine le temps des deux équations horaires (1) et (2) :

$$v_1 = \frac{e \cdot U_0}{m_1 \cdot d} \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{v_1 \cdot m_1 \cdot d}{e \cdot U_0}$$

$$x = \frac{e \cdot U_0}{2m_1 \cdot d} \cdot \left( \frac{v_1 \cdot m_1 \cdot d}{e \cdot U_0} \right)^2 = \frac{m_1 \cdot d}{2e \cdot U_0} \cdot v_1^2$$

$$v_1^2 = \frac{2eU_0}{m_1 \cdot d} \cdot x \Leftrightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_1 \cdot d} \cdot x}$$

On a :  $x = d$  :

$$v_1 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_1}}$$

### 2-Expression de MN en fonction de $B, m_1, m_2, e, U_0$ :

Le mouvement des ions dans le compartiment (3) est circulaire uniforme de rayon :

$$R = \frac{m \cdot v}{e \cdot B} \text{ avec } v = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$$

$$R = \frac{m}{e \cdot B} \cdot \sqrt{\frac{2eU_0}{m}} = \sqrt{\frac{2e \cdot m^2 \cdot U_0}{e^2 \cdot B^2 \cdot m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2m \cdot U_0}{e}}$$

On a :  $m_1 < m_2$  donc  $R_1 < R_2$  avec :  $R_1 = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2m_1 \cdot U_0}{e}}$  et  $R_2 = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2m_2 \cdot U_0}{e}}$

$$MN = D_2 - D_1 = 2R_2 - 2R_1 = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2m_2 \cdot U_0}{e}} - \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2m_1 \cdot U_0}{e}} = \frac{2}{B} \sqrt{\frac{2 \cdot U_0}{e}} (\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1})$$

$$MN = \frac{2}{0,1} \times \sqrt{\frac{2 \times 2 \cdot 10^3}{1,6 \cdot 10^{-19}}} (\sqrt{7 \times 1,67 \cdot 10^{-27}} - \sqrt{6 \times 1,67 \cdot 10^{-27}}) = 2,54 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$MN = 2,54 \text{ cm}$$