

- Exercice I -Partie I :

1- * Expression du quotient de réaction : $Q_{r,i} = \frac{[Al^{3+}]^2}{[Cu^{2+}]^3}$

* Application numérique : $Q_{r,i} = \frac{(6,5 \cdot 10^{-1})^2}{(6,5 \cdot 10^{-1})^3} = 1,5$

2- Le sens d'évolution spontanée du système chimique : est le sens direct pour lequel il y a formation du cuivre $Cu_{(s)}$; car $Q_{r,i} = 1,5 \ll K = 10^{200}$.

3- Schéma conventionnel de la pile étudiée :

Au niveau de la lame de cuivre, il y a réduction des ions Cu^{2+} en Cu : C'est la Cathode (Borne +)

4- Recherche de la quantité d'électricité q :

- Tableau d'avancement :

Demi-équation		$3Cu^{2+}_{(aq)} + 6.e^- \rightleftharpoons 3.Cu_{(s)}$			Quantité de matière des e^- échangés :
Etat du système	Avancement x (mol)	Quantités de matière (mol)			
Etat initial	0	$[Cu^{2+}]_i.V$	\approx	$n_i(Cu)$	0
E. intermédiaire	x	$[Cu^{2+}]_i.V - 3.x$	\approx	$n_i(Cu) + 3.x$	$n(e^-) = 6.x$

- D'une part la quantité d'électricité est $q = n(e^-) \cdot F = 6.x.F$ (1)

- d'autre part, la quantité en ion Cu^{2+} restante est : $[Cu^{2+}]_i.V = [Cu^{2+}]_f.V - 3.x$

donnant l'avancement : $x = \frac{[Cu^{2+}]_i - [Cu^{2+}]_f}{3} \cdot V$ (2)

- (1) et (2) donnent : $q = 2 \cdot ([Cu^{2+}]_i - [Cu^{2+}]_f) \cdot F \cdot V$

- A.N :

$$q = 2 \times (6,5 \cdot 10^{-1} - 1,6 \cdot 10^{-1}) \times 9,65 \cdot 10^4 \times 65 \cdot 10^{-3}$$

$$q \approx 6150C$$

Partie II :

1- Réaction de l'acide butanoïque avec l'eau :

1-1- * Taux d'avancement final :

$$- \tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_m} \Rightarrow \tau = \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}} \cdot V}{C \cdot V} \Rightarrow \tau = \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}}}{C} \Rightarrow \tau = \frac{10^{-pH}}{C}$$

- A.N : $\tau = \frac{10^{-3,41}}{1,0 \cdot 10^{-2}} \approx 0,039 = 3,9\% < 1$

* La réaction de l'acide butanoïque avec l'eau : est limitée.

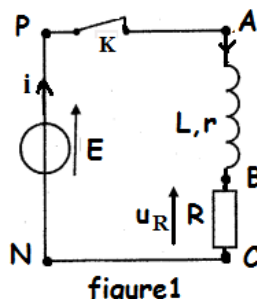
- Exercice 3 -Partie I:1-1- Représentation de la tension u_R :

figure1

1-2- Expression de l'intensité I_p :

En régime permanent, la bobine se comporte comme une résistance r , et d'après la loi de

Pouillet :

$$I_p = \frac{E}{r+R}$$
2-1- Equation différentielle que vérifie la tension u_R :

- Loi d'additivité des tensions : $u_b + u_R = 0$ (1)

- Loi d'Ohm, en convention récepteur : $i = \frac{u_R}{R}$ (2) et $u_b = L \frac{di}{dt} + r.i$ (3)

- Des trois relations ; on écrit :

$$\stackrel{(1) \text{ et } (3)}{\Rightarrow} L \frac{di}{dt} + r.i + u_R = E \stackrel{(2)}{\Rightarrow} L \frac{d}{dt} \left(\frac{u_R}{R} \right) + r \left(\frac{u_R}{R} \right) + u_R = 0 \Rightarrow \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + \left(\frac{r}{R} + 1 \right) u_R = 0$$

$$\Rightarrow \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + \frac{r+R}{R} u_R = 0 \Rightarrow \frac{L}{r+R} \frac{du_R}{dt} + u_R = 0$$

2-2- Expression de τ :

- La solution de cette équation est de la forme : $u_R(t) = R.I_p \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

- Portons cette expression dans l'équation différentielle :

$$\frac{L}{r+R} \frac{d}{dt} (R.I_p \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}) + R.I_p \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow \frac{L}{r+R} \frac{d}{dt} (e^{-\frac{t}{\tau}}) + e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow \left(\frac{L}{r+R} \cdot \frac{-1}{\tau} + 1 \right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow \tau = \frac{L}{r+R}$$

2-3- a) Résistance de la bobine :

$$u_R(0) = R.I_p = \frac{R.E}{R+r} \text{ et } u_R(0) = 6V \text{ d'où : } r = R \times \left(\frac{E - u_R(0)}{u_R(0)} \right)$$

$$\text{A.N : } r = 60 \times \left(\frac{6,5 - 6}{6} \right) = 5\Omega$$

b) Inductance de la bobine :

$$\tau = \frac{L}{r+R} \text{ et } \tau = 2,8ms \text{ alors } L = \tau \times (r+R)$$

$$\text{A.N : } L = 2,8 \times (5 + 60) = 182mH$$

2-4- Energie E_m emmagasinée par la bobine à $t_1 = \tau$:

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \left(\frac{u_R}{R} \right)^2 \text{ et } u_R(\tau) = 2,2V$$

$$A.N : E_m = \frac{1}{2} \times 182 \cdot 10^{-3} \times \left(\frac{2,2}{60}\right)^2 \approx 1,22 \cdot 10^{-4} J$$

Partie II :

1- Montrons que $u_s(t) = A \cdot [1 + m \cdot \cos(2\pi \cdot f_s \cdot t)] \cdot \cos(2\pi \cdot F_p \cdot t)$

$$\begin{aligned} u_s(t) &= k \cdot u_1(t) \cdot u_2(t) \\ \Rightarrow u_s(t) &= k \cdot u_1(t) \cdot [U_0 + s(t)] \\ \Rightarrow u_s(t) &= k \cdot P_m \cos(2\pi F_p \cdot t) \cdot [U_0 + S_m \cos(2\pi f_s \cdot t)] \\ \Rightarrow u_s(t) &= k P_m \cdot [U_0 + S_m \cos(2\pi f_s \cdot t)] \cos(2\pi F_p \cdot t) \\ \Rightarrow u_s(t) &= k P_m U_0 \cdot \left[1 + \frac{S_m}{U_0} \cos(2\pi f_s \cdot t)\right] \cdot \cos(2\pi F_p \cdot t) \end{aligned}$$

En posant : $m = \frac{S_m}{U_0}$ et $A = k P_m U_0$ alors : $u_s(t) = A \cdot [1 + m \cdot \cos(2\pi \cdot f_s \cdot t)] \cdot \cos(2\pi \cdot F_p \cdot t)$

2-1- * La fréquence F_p de la porteuse : $F_p = 1/T_p$

Graphiquement : $10 \times T_p = 10 \text{ms}$ alors $T_p = 1 \text{ms}$ et $F_p = 1/0.001 = 1000 \text{Hz}$

* La fréquence f_s de la tension modulante : $f_s = 1/T_s$

Graphiquement : $T_s = 10 \text{ms}$ alors $f_s = 1/0.01 = 100 \text{Hz}$

2-2- * Taux de modulation :

$$m = \frac{U_{m_{\max}} - U_{m_{\min}}}{U_{m_{\max}} + U_{m_{\min}}} = \frac{3-1}{3+1} \approx 0,5$$

* La modulation est bonne puisque $m < 1$ et $F_p \gg f_s$

- Exercice 4 -

Partie I :

1- Etude du mouvement sur le plan incliné :

1-1- Equation différentielle :

- Système à étudier : {skieur}

- Repère d'étude (A ; \vec{i}' , \vec{j}') supposé galiléen;

- Bilan des forces extérieures :

* Poids du skieur \vec{P}

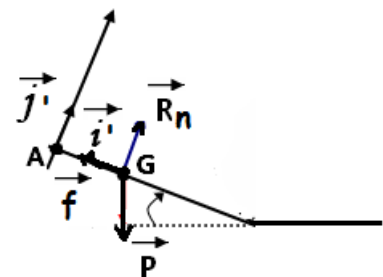
* Réaction du plan incliné : $\vec{R} = \vec{R}_n + \vec{f}$ (f : force de frottement)

- 2^{ème} loi de Newton : $\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$

- Projection de cette relation vectorielle sur l'axe Ax' : $P_x + R_{n_x} + f_x = m \cdot a_x$ (*)

- Expressions : $P_x = m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$, $R_{n_x} = 0$, $f_x = -f$ et $a_x = \frac{dv_G}{dt}$.

- La relation (*) devient : $m \cdot g \cdot \sin(\alpha) - f = m \cdot \frac{dv_G}{dt}$



- finalement l'équation différentielle s'écrira : $\frac{dv_G}{dt} = g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m}$

1-2- Détermination des valeurs de b et c :

- Remarquons que $\frac{dv_G}{dt} = g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m} = \text{constante}$

- Par intégration : $v_G(t) = (g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m}) \cdot t + v(0)$

- D'après la condition initiale $v(0) = 0$; alors : $v_G(t) = (g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m}) \cdot t$

- par identification avec la forme $v_G(t) = b \cdot t + c$; on déduit que :

$$b = g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m} = 9,8 \times \sin(23^\circ) - \frac{15}{65} \approx 3,6 \text{ m.s}^{-2}$$

$$c = 0$$

1-3- Déduction de l'instant t_B :

- L'équation de la vitesse s'écrit : $v_G(t_B) = b \times t_B$ et $v_G(t_B) = 90 \text{ km.h}^{-1} = \frac{90}{3,6} \text{ m.s}^{-1} = 25 \text{ m.s}^{-1}$

- Alors $t_B = \frac{v_G(t_B)}{b}$ A.N : $t_B = \frac{25}{3,6} \approx 6,9 \text{ s}$

1-4- Intensité R de l'action du plan :

$$R = \sqrt{R_n^2 + f^2} \Rightarrow R = \sqrt{(mg \cos(\alpha))^2 + f^2}$$

$$\text{A.N : } R = \sqrt{(65 \times 9,8 \times \cos(23^\circ))^2 + 15^2} \approx 586,5 \text{ N}$$

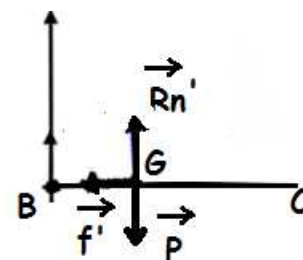
2- Etude du mouvement sur le plan horizontal :

2-1- Recherche de l'intensité f' :

- Système à étudier : {skieur}

- Repère d'étude (B ; \vec{i}) supposé galiléen :

- Bilan des forces extérieures :



* Poids du skieur \vec{P}

* Réaction du plan horizontal : $\vec{R} = \vec{R}_n' + \vec{f}'$ (f' : force de frottement)

- 2^{ème} loi de Newton : $\vec{P} + \vec{R}_n' + \vec{f}' = m \cdot \vec{a}_G$

- Projection de cette relation vectorielle sur l'axe Bx : $P_x + R_{n_x}' + f_x' = m \cdot a_x$ (*)

- Expressions : $P_x = 0$, $R_{n_x}' = 0$, $f_x' = -f'$ et $a_x = -3 \text{ m.s}^{-2}$.

- La relation (*) nous donne : $f' = -m \cdot a_x$

$$\text{A.N : } f' = -65 \times (-3) = 195 \text{ N}$$

2-2- Détermination de t_c :

- Equation de la vitesse : $v_G(t) = a_x \cdot t + v(0)$

- Au point t_c ; $v_G(t_c) = 0$, alors $a_x \cdot t_c + v(0) = 0$
- On déduit que : $t_c = -\frac{v(0)}{a_x}$ **A.N :** $t_c = -\frac{25}{-3} \approx 8,33s$

2-3- Déduction de la distance BC :

- L'équation horaire est : $x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_x \cdot t^2 + v(0) \cdot t + x(0) \Rightarrow x(t) = -\frac{3}{2} \cdot t^2 + 25 \cdot t$
- La distance $BC = x_C - x_B = x(t_C) - \underbrace{x(t_B)}_{=0} \Rightarrow BC = -\frac{3}{2} \cdot t_c^2 + 25 \cdot t_c$
- **A.N :** $BC = -\frac{3}{2} \times 8,33^2 + 25 \times 8,33 \approx 104,2m$

Partie II :

1- Expression de l'énergie mécanique du pendule :

$$E_m = E_c + E_{pt} + E_{pp} \text{ avec } E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 ; E_{pt} = \frac{1}{2} C \cdot \theta^2 \text{ et } E_{pp} = 0$$

$$\text{Alors } E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \cdot \theta^2$$

2- Constante de torsion C du fil :

- Lorsque $\theta = \theta_{\max} = 0,8\text{rad}$; l'énergie cinétique est nulle : $E_c(0,8) = 0$
- Graphiquement, l'énergie mécanique est $E_m = 16\text{mJ} = 16 \cdot 10^{-3}\text{J}$
- D'après l'équation (*), on aura $\frac{1}{2} C \cdot \theta_{\max}^2 = E_m \Rightarrow C = \frac{2 \cdot E_m}{\theta_{\max}^2}$
- **A.N :** $C = \frac{2 \times 16 \cdot 10^{-3}}{0,8^2} \approx 0,05\text{N.m.rad}^{-1}$

3- Détermination de J_{Δ} :

- Lorsque $\theta = 0$; l'énergie cinétique est maximale : $E_c(0) = E_m = 16\text{mJ} = 16 \cdot 10^{-3}\text{J}$
- Lorsque $\theta = 0$; l'énergie potentielle de torsion est nulle : $E_{pt}(0) = 0$
- D'après l'équation (*), on aura $E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot (\dot{\theta}_{\max})^2 \Rightarrow J_{\Delta} = \frac{2 \cdot E_m}{(\dot{\theta}_{\max})^2}$
- **A.N :** $J_{\Delta} = \frac{2 \times 16 \cdot 10^{-3}}{2,31^2} \approx 6 \cdot 10^{-3}\text{kg.m}^2$