تصحيح الامتحان الوطني للباكالوريا الدورة العادية 2022

مادة الفيزياء والكيمياء-مسلك العلوم الرياضية –خيار فرنسية

www.svt-assilah.com

Exercice 1 : Chimie (7points)

Partie I : Etude de quelques réactions de l'acide salicylique

1-Etude d'une solution aqueuse d'acide salicylique

1-1-1- Définition du taux d'avancement final :

Est le quotient de l'avancement final par l'avancement maximal, il représente le pourcentage des molécules qui sont réagies dans une réaction chimique.

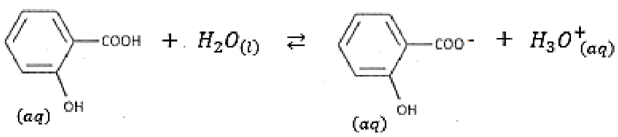
1-1-2-Montrons que la réaction de l'acide avec l'eau est limitée :

On a : $\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}}$ avec : $x_{éq} = [H_3O^+].V$ et $x_{max} = C.V$

$$\tau = \frac{[H_3O^+].V}{C.V} = \frac{[H_3O^+]}{C} \Leftrightarrow \tau = \frac{10^{-pH}}{C} \xrightarrow{A.N} \tau = \frac{10^{-1,8}}{0,25} = 0,063 \Rightarrow \tau = 6,3\%$$

$\tau < 1$ La réaction est limitée.

Equation de la réaction :



1-2-Détermination de $\alpha(AH)$:

Tableau d'avancement :

Avancement de la réaction	$AH_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$	$\rightleftarrows$	$A^-{}_{(aq)}$ +	$H_3O^+{}_{(aq)}$
$x = 0$	$C.V$	$en\ excès$	--	0	0
x	$C.V - x$	$en\ excès$	--	x	x
$x = x_{éq}$	$C.V - x_{éq}$	$en\ excès$	--	$x_{éq}$	$x_{éq}$

$$\alpha(AH) = \frac{n_f(AH)}{n_0(AH)} = \frac{C.V - x_{éq}}{C.V} = 1 - \frac{x_{éq}}{C.V}$$

$$x_{éq} = [H_3O^+].V = 10^{-pH}.V$$

$$\alpha(AH) = 1 - \frac{10^{-pH}.V}{C.V} = 1 - \frac{10^{-pH}}{C}$$

$$\alpha(AH) = 1 - \frac{10^{-pH}.V}{C.V} = 1 - \frac{10^{-1,8}}{0,25} = 0,9366 \Rightarrow \alpha(AH) = 93,66\ \%$$

$$\alpha(A^-) = 6,34\ \%$$

On a : $\alpha(AH) > \alpha(A^-)$ donc l'acide est prédominant.

1-3-Vérification de la valeur du pK_A :

$$K_A = \frac{[A^-]_{éq}[H_3O^+]_{éq}}{[AH]_{éq}}$$

$$[A^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V} \quad et \quad [AH]_{éq} = \frac{C.V - x_{éq}}{V} = C - \frac{x_{éq}}{V} = C - [H_3O^+]_{éq}$$

$$pK_A = \frac{[H_3O^+]^2{}_{éq}}{C-[H_3O^+]_{éq}} = \frac{10^{-2pH}}{C-10^{-pH}}$$

$$pK_A = -log\frac{10^{-2pH}}{C-10^{-pH}} \Longrightarrow pK_A = -\log\left(\frac{10^{-2\times1{,}8}}{0{,}25-10^{-1{,}8}}\right) = 2{,}969 \Longrightarrow pK_A \simeq 3$$

2-Titrge d'une solution d'acide salicylique

2-1-Equation de réaction du dosage :

$$AH_{(aq)} \quad + \quad HO^-{}_{(aq)} \quad \rightleftarrows \quad A^-{}_{(aq)} \quad + \quad H_2O_{(l)}$$

2-2-Calcul de la constante d'équilibre K :

$$K = \frac{[A^-]_{éq}}{[AH]_{éq}.[HO^-]_{éq}}.\frac{[H_3O^+]_{éq}}{[H_3O^+]_{éq}} = \frac{[A^-]_{éq}[H_3O^+]_{éq}}{[AH]_{éq}}.\frac{1}{[H_3O^+]_{éq}.[HO^-]_{éq}}$$

$$K = \frac{K_A}{K_e} \Longrightarrow K = \frac{10^{-pK_A}}{K_e} \quad \xrightarrow{A.N} K = \frac{10^{-3}}{10^{-14}} \Longrightarrow K = 10^{11}$$

2-3- Vérification de l'indication de l'étiquette :

$$C_A.V_A = C_B.V_{BE} \Longrightarrow C_A = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A} \Leftrightarrow C_A = \frac{0{,}12\times 9{,}0}{15{,}0} = 7{,}2.10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

$$\begin{cases} C_0 = 10C_A \\ C_0 = \dfrac{m}{M.V} \end{cases} \Leftrightarrow 10\ C_A = \frac{m}{M.V} \Leftrightarrow m = 10C_A.M.V$$

$$m = 10\times 7{,}2.10^{-2}\times 138\times 50.10^{-3} = 4{,}968\ g$$

$$m \simeq 5\ g$$

Donc l'indication de l'étiquette est vérifiée.

2-4-1- Vérification de la concentration de $\left(Na^+{}_{(aq)} + A^-{}_{(aq)}\right)$:

A l'équivalence, on a la disparition totale d'acide AH.

Avancement de la réaction	$AH_{(aq)}$	$+ \quad HO^-{}_{(aq)}$	$\rightleftarrows$	$A^-{}_{(aq)}$	$+ \quad H_2O_{(l)}$
Etat initial	$C_A.V_A$	$C_B.V_{BE}$	--	0	$en\ excès$
Etat intermédiaire	$C_A.V_A - x$	$C_B.V_{BE} - x$	--	x	$en\ excès$
Etat d'équivalence	$C_A.V_A - x_E$	$C_B.V_{BE} - x_E$	--	x_E	$en\ excès$

$$C_A.V_A - x_E = 0 \quad et \quad C_B.V_{BE} - x_E = 0 \quad \Longrightarrow C_A.V_A = C_B.V_{BE} = x_E$$

$$[A^-]_{éq} = \frac{x_E}{V_A+V_{BE}} = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A+V_{BE}} \quad \xrightarrow{A.N} [A^-]_{éq} = [Na^+]_{éq} = \frac{0{,}12\times 9{,}0}{15+9} = 4{,}5.10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

2-4-2- pH de la solution :

$$K_A = \frac{[A^-]_{éq}[H_3O^+]_{éq}}{[AH]_{éq}}$$

A l'équivalence, on a : $[AH]_{éq} = [HO^-]_{éq}$

$$K_A = \frac{[A^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[HO^-]_{éq}}.\frac{[H_3O^+]_{éq}}{[H_3O^+]_{éq}} = \frac{[A^-]_{éq}.[H_3O^+]^2{}_{éq}}{K_e}$$

$$[H_3O^+]^2{}_{éq} = \frac{K_A.K_e}{[A^-]_{éq}} \quad \Longrightarrow [H_3O^+]_{éq} = \sqrt{\frac{K_A.K_e}{[A^-]_{éq}}}$$

$$pH = -log\sqrt{\frac{K_A.K_e}{[A^-]_{éq}}} = -\frac{1}{2}[logK_A + logK_e - log[A^-]_{éq}]$$

$$pH = \frac{1}{2}(pK_A + pK_e + log[A^-]_{éq})$$

$$pH = \frac{1}{2}[3 + 14 + \log(4{,}5.10^{-2})] \Leftrightarrow pH \simeq 7{,}83$$

2-4-3- L'indicateur le mieux adapté pour ce dosage :

Le rouge de phénol est l'indicateur coloré convenable pour ce dosage puisqu'on a :

$$6{,}8 \leqslant \ pH_E = 7{,}8 \leqslant 8{,}4 \,.$$

Partie II : Cadmiage d'une pièce métallique

1- L'équation de la réaction au niveau de l'anode :

$$Cd_{(s)} \rightleftarrows Cd^{2+}_{(aq)} + 2e^-$$

2-L'expression de la masse m :

$Cd^{2+}_{(aq)}$ + $2e^-$		$\rightleftarrows$ $Cd_{(s)}$	$n(e^-)$
$n_i(Cd)$	$--$	0	$n(e^-) = 0$
$n_i(Cd) - x$	$--$	x	$n(e^-) = 2x$

$$\begin{cases} n(e^-) = 2x \\ n(e^-) = \frac{I.\Delta t}{F} \end{cases} \Rightarrow \frac{I.\Delta t}{F} = 2x \Rightarrow x = \frac{I.\Delta t}{2F}$$

$$\begin{cases} n(Cd) = \frac{m}{M(Cd)} \\ n(Cd) = x \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{M(Cd)} = x \Rightarrow m = M(Cd).x \Leftrightarrow m = \frac{I.\Delta t.M(Cd)}{2F}$$

$$m = \frac{2{,}50 \times 30 \times 60 \times 112{,}4}{2 \times 9{,}65.10^4} \Leftrightarrow m = 2{,}62\ g$$

3-Calcul de l'épaisseur e :

$$\begin{cases} m' = \rho.V \\ V = L.\ell.e \end{cases} \Rightarrow m' = \rho.L.\ell.e$$

$$m' = \frac{m}{2} \Rightarrow m = 2m' \Rightarrow m = 2\rho.L.\ell.e$$

$$e = \frac{m}{2\rho.L.\ell} \xrightarrow{A.N} e = \frac{2{,}62\ g}{2 \times 8{,}7\ g.cm^{-3} \times 10\ cm \times 5\ cm} = 1{,}67.10^{-3}\ cm$$

$$e = 16{,}7.10^{-6}\ m \Leftrightarrow e = 16{,}7\ \mu m$$

PHYSIQUE

Exercice 2 : Propagation d'une onde mécanique (2points)

1-Le nombre d'affirmations juste : 0

Aucune affirmation n'est vraie.

2-Détermination de la vitesse de propagation :

La période T est calculée à partir de la figure 2 : $T = 4s$

La longueur d'onde: $\lambda = d = 20\ m$

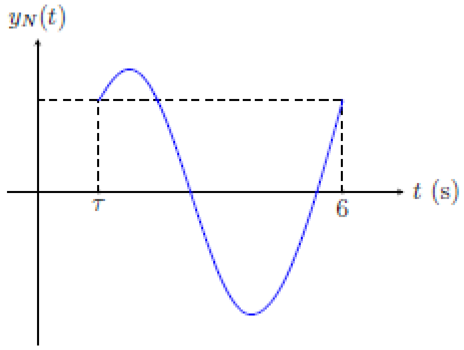
$$\mathrm{V}= \frac{\lambda}{T} \xrightarrow{A.N:} \mathrm{V}= \frac{20}{4} \Leftrightarrow \mathrm{V} = 5\ m.s^{-1}$$

3-Représentation de l'allure de l'élongation $y_N(t)$:

$$y_N(t) = y_M(t - \tau)$$

Le point N reprend le même mouvement de point M avec un retard temporel $\tau = \frac{MN}{\mathrm{V}} \Longrightarrow$

$$\tau = \frac{10}{2} = 2s$$



4-Détermination de l'angle α l'angle qui délimite la zone touchée par le phénomène :

On a : $\alpha = 2\theta$ avec l'écart angulaire $\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{d}{a}$

$$\alpha = 2\frac{d}{a} \xrightarrow{A.N} \alpha = 2 \times \frac{20}{20} \Longrightarrow \alpha = 2\,rad$$

Exercice 3 : Radioactivité du Césium 137 (1,5 points)

1-Le nombre d'affirmations juste : 1

a-Tous les noyaux radioactifs sont instables. Vrai

2-L'équation de désintégration du Césium 137 :

$$^{137}_{55}Cs \longrightarrow {}^{137}_{56}Ba + {}^{A}_{Z}X$$

Lois de conservations :

$$\begin{cases} 137 = 137 + A \\ 55 = 56 + Z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ Z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow {}^{A}_{Z}X = {}^{0}_{-1}e$$

Le type de cette intégration est β^- , et l'équation de désintégration est :

$$^{137}_{55}Cs \longrightarrow {}^{137}_{56}Ba + {}^{0}_{-1}e$$

3-1- Calcul de $|\Delta E|$ libérée par l'ensemble des noyaux :

Soit E_{lib} l'énergie libérée par un seul noyau tel que :

$$|\Delta E| = N.E_{lib}$$

$$a = \lambda.N \Longrightarrow a = \frac{ln2}{t_{1/2}}.N \Longrightarrow N = \frac{a.t_{1/2}}{ln2}$$

$$|\Delta E| = \frac{a.t_{1/2}}{ln2}.E_{lib}$$

$$E_{lib} = |m(^{137}_{56}Ba) + m(^{0}_{-1}e) - m(^{137}_{55}Cs)|.c^2$$

$$E_{lib} = |136,87511 + 0,00055 - 136,87692| \times 931,5MeV.c^{-2}.c^2$$

$$E_{lib} = 1,17369\ MeV$$

$$|\Delta E| = \frac{200 \times 30 \times 365,25 \times 24 \times 3600}{ln2} \times 1,17369 \simeq 3,21.10^{11}\ MeV$$

3-2- Détermination de l'instant t :

On a : $500\ \ Bq/kg = \frac{a}{m} \Rightarrow a = 500\ \ Bq/kg \times m \Rightarrow a = 500\ Bq/kg \times 0,2 = 100\ Bq$

$$a = a_0.e^{-\lambda.t_1} \Rightarrow e^{-\lambda.t_1} = \frac{a}{a_0} \Rightarrow e^{\lambda.t_1} = \frac{a_0}{a} \Rightarrow \lambda.t_1 = \ln(a_0/a) \Rightarrow t_1 = \frac{\ln(a_0/a)}{\ln(2)}.t_{1/2}$$

$$t_1 = \frac{\ln(200/100)}{\ln(2)}.30 \Leftrightarrow t_1 = 30\ ans$$

On remarque que : $a = \frac{a_0}{2}$ donc $t_1 = t_{1/2} = 30\ ans$ d'après la définition de demi-vie.

Exercice 4 : Electricité

Expérience 1 : décharge d'un condensateur

1-1-L'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$:

Loi d'addition des tensions : $u_R + u_C = E \Leftrightarrow R_1.i + u_C = 0$

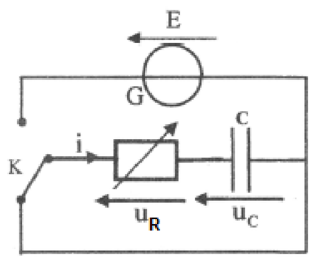


Figure 1

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$$

$$R_1.C\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R_1.C}u_C = 0$$

1-2-Détermination des constantes k et τ :

$$u_C(t) = k.e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = -\frac{k}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

On remplace dans l'équation différentielle $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R_1.C}u_C = 0$ on a :

$$-\frac{k}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{R_1.C}.k.e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Leftrightarrow k.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{1}{R_1.C} - \frac{1}{\tau}\right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{R_1.C} - \frac{1}{\tau} = 0$$

$$\tau = R_1.C$$

D'après les conditions initiales à t=0 on a : $u_C(0) = E$

$$\begin{cases} u_C(0) = E \\ u_C(t) = k.e^0 \end{cases} \Leftrightarrow k = E$$

La solution de l'équation différentielle s'écrit : $u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$

1-3-Montrons que $t = \frac{\tau}{2}$:

$$E_e = \frac{1}{2}C.u_C^2 = \frac{1}{2}C.\left(E.e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2 = \frac{1}{2}C.E^2.e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

$$\frac{dE_e}{dt} = \frac{1}{2}C.E^2\left(-\frac{2}{\tau}\right).e^{-\frac{2t}{\tau}} = -\frac{C.E^2}{\tau}.e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

Equation de la tangente de la fonction $E_e(t)$ à t=0 :

$$y = \left.\frac{dE_e}{dt}\right|_{t=0}(t-0) + E_e(0)$$

$$y = -\frac{C.E^2}{\tau}.e^{-0}.t + \frac{1}{2}C.E^2.e^0 \quad \Rightarrow y = \frac{1}{2}C.E^2\left(1 - \frac{2}{\tau}.t\right)$$

La tangente coupe l'axe des abscisses : $y = 0 \;\Rightarrow 1 - \frac{2}{\tau}.t = 0 \Rightarrow \frac{2}{\tau}.t = 1$

$$t = \frac{\tau}{2}$$

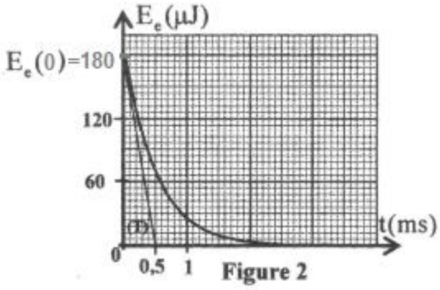


Figure 2

1-4-La valeur de $C\ et\ de\ E$:

On a : $\tau = R_1.C$ avec $t = \frac{\tau}{2}$

$$R_1.C = 2t \;\Rightarrow C = \frac{2t}{R_1}$$

D'après la figure 2 : $t = 0{,}5\ ms \quad \xrightarrow{A.N} \quad C = \frac{2\times0{,}5.10^{-3}}{100} = 10^{-5}\ F$

$$C = 10\ \mu F$$

$$E_e(0) = \frac{1}{2}C.E^2.e^0 = \frac{1}{2}C.E^2 \;\Rightarrow E = \sqrt{\frac{2E_e(0)}{C}}$$

D'après la figure 2 : $E_e(0) = 180\ \mu J \quad \xrightarrow{A.N} \quad E = \sqrt{\frac{2\times180.10^{-6}}{10.10^{-6}}} = 6\ V$

1-5- L'énergie dissipée par effet joule :

$$|E_j| = |E_e(0{,}9\tau) - E_e(0)| = E_e(0) - E_e(0{,}9\tau)$$

$$|E_j| = \frac{1}{2}C.E^2 - \frac{1}{2}C.E^2.e^{-\frac{2\times0{,}9\tau}{\tau}} = \frac{1}{2}C.E^2(1 - e^{-1{,}8})$$

$$|E_j| = \frac{1}{2}\times 10 \times 6^2 \times (1 - e^{-1{,}8}) \Leftrightarrow |E_j| = 150{,}25\ \mu J$$

2-Expérience 2 : Oscillations forcées dans un circuit RLC

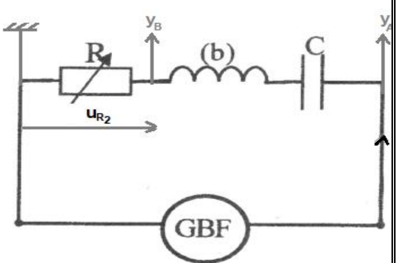


Figure 3

2-1-Schéma du montage qui permet de visualiser $u(t) et\ u_{R_2}(t)$:

2-2-a-Détermination de la fréquence N :

$$T = 0{,}5\ ms.div^{-1} \times 8\ div = 4\ ms$$

$$N = \frac{1}{T} \xrightarrow{A.N} N = \frac{1}{4.10^{-3}} = 250\ Hz$$

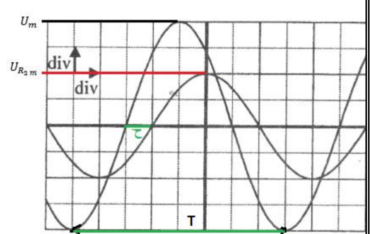


Figure 4

2-2-b-Détermination de l'impédance Z :

$$\begin{cases} U_m = Z.I_m \\ U_{R_2 m} = R_2.I_m \end{cases} \Rightarrow \frac{Z.I_m}{R_2.I_m} = \frac{U_m}{U_{R_2 m}} \Leftrightarrow Z = \frac{U_m}{U_{R_2 m}}.R_2$$

$$\begin{cases} U_m = 2\ V.div^{-1} \times 4div = 8\ V \\ U_{R_2 m} = 2\ V.div^{-1} \times 2div = 4\ V \end{cases} \xrightarrow{A.N} Z = \frac{8}{4}\times 20 \Leftrightarrow Z = 40\ \Omega$$

2-2-c-Détermination de $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$:

On a : $u(t)$ est en avance de phase par rapport à $u_{R_2}(t)$, donc le déphasage $\Delta\varphi < 0$.

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi.\tau}{T}$$

$$\tau = T = 0{,}5\ ms.div^{-1} \times 1\ div = 0{,}5\ ms$$

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi \times 0{,}5ms}{4\ ms} = -\frac{\pi}{4}$$

2-3-La puissance électrique moyenne consommée :

$$\begin{cases} P_{moy} = U.I.cos\varphi \\ U = Z.I \end{cases} \Leftrightarrow \frac{P_{moy}}{U} = \frac{U.I.cos\varphi}{Z.I} \Rightarrow P_{moy} = \frac{U^2}{Z}.cos\varphi \xrightarrow{A.N} P_{moy} = \frac{2}{Z}.cos\varphi$$

$$P_{moy} = U.I.cos\varphi = \frac{U_m}{\sqrt{2}}.\frac{I_m}{\sqrt{2}}cos\varphi = \frac{U_m.I_m}{2}.cos\varphi$$

$$U_{R_2\,m} = R_2.I_m \Rightarrow I_m = \frac{U_{R_2\,m}}{R_2}$$

$$P_{moy} = \frac{U_m.U_{R_2\,m}}{2R_2}.cos\varphi \xrightarrow{A.N} P_{moy} = \frac{8 \times 4}{2 \times 20}\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 0{,}566\ W$$

Expérience 3 : Démodulation d'amplitude d'une onde

3-1-Explication du rôle de constituant :

Eliminer l'onde porteuse afin d'obtenir le signal modulant décalé.

3-2-La valeur de C :

Pour avoir une bonne détection d'enveloppe de la tension modulante il faut :

$$T_P << \tau = R_2.C < T_s \quad \Leftrightarrow \frac{1}{N_P} << R_2.C < \frac{1}{N_S}$$

$$T_P = \frac{1}{N_P} = \frac{1}{160 \times 10^3} = 6{,}25.10^{-6}\ F = 6{,}25\ \mu s$$

$$T_S = \frac{1}{N_S} = \frac{1}{10 \times 10^3} = 10^{-4}\ F = 100\ \mu s$$

$$\tau = R_2.C = 2000 \times 10.10^{-6} = 2.10^{-2} = 20000\ \mu s$$

On remarque que : $\tau > T_S$ les valeurs de $C\ et\ R_2$ ne jouent pas le bon rôle.

Exercice 5 : Mécanique

Partie I : Mouvement d'un jouet sur une gouttière

1-Tronçon AB :

1-1- Calcul de la durée t_{AB} :

Le solide (S) est soumis à deux forces $\vec{P}$ son poids et $\vec{R}$ la réaction (frottements négligeables).

Application de la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ex} = m.\vec{a}_G \Leftrightarrow \quad \vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a}_G$

Projection sur l'axe Ox :

$$P_x + R_x = m.a_x$$

$$m.gsin\alpha + 0 = m.a$$

$$a_1 = g\ sin\alpha$$

Le mouvement de G est rectiligne uniformément accélérée, l'équation horaire s'écrit :

$$x(t) = \frac{1}{2} a_1 . t^2 + \underbrace{\mathrm{V}_0}_{=0} . t + \underbrace{x_0}_{=0} \Longrightarrow x = \frac{1}{2} g . sin\alpha . t^2$$

Au point B on a : $AB = \frac{1}{2} g . sin\alpha . {t_B}^2$

$$t_B = \sqrt{\frac{2AB}{g . sin\alpha}} \xrightarrow{A.N} t_B = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6}{10 \times \sin(30°)}} = 0{,}8\ s$$

1-2- La valeur de la vitesse V_B :

$$\mathrm{V} = \frac{dx}{dt} = g . sin\alpha . t$$

Au point B, on a : $\mathrm{V}_B = g . sin\alpha . t_B \xrightarrow{A.N} \mathrm{V}_B = 10 \times \sin(30°) \times 0{,}8 = 4\ m . s^{-1}$

2-tronçon BC :

L'intensité de $\vec{f}$:

Application de la deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{R} = m . \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{R}_N = m . \vec{a}_G$

Projection sur l'axe Ox :

$$P_x + f_x + R_{Nx} = m . a_x$$

$$-f = m . a_2 \Longrightarrow a_2 = -\frac{f}{m}$$

Le mouvement de G est rectiligne uniformément accélérée, l'équation de la vitesse s'écrit :

$$\mathrm{V} = a_1 . t + \underbrace{\mathrm{V}_0}_{=\mathrm{V}_B}$$

Au point C, on a : $\mathrm{V}_C = 0$, l'équation de la vitesse s'écrit : $\mathrm{V}_C = a_2 . t_C + \mathrm{V}_B$

$$0 = -\frac{f}{m} . t_C + \mathrm{V}_B \Longrightarrow \frac{f}{m} . t_C = \mathrm{V}_B$$

$$f = \frac{m . \mathrm{V}_B}{t_C} \xrightarrow{A.N} f = \frac{50 . 10^{-3} \times 4}{0{,}5} \Longrightarrow f = 0{,}4\ N$$

3-Tronçon CD :

3-1-1- L'expression de $\vec{R}$:

Application de la deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{R} = m . \vec{a}_G$

Projection sur l'axe de Freinet $(M, \vec{n})$:

$$P_n + R_n = m . a_n \Longrightarrow m . gcos\theta - R = m . \frac{\mathrm{V}^2}{r} \Leftrightarrow R = m . gcos\theta - m . \frac{\mathrm{V}^2}{r}$$

$$R = m\left(g . cos\theta - \frac{\mathrm{V}^2}{r}\right)$$

$$\frac{\mathrm{V}^2}{r} = \frac{(r . \dot{\theta})^2}{r} = r . \dot{\theta}^2$$

$$R = m\left(g . cos\theta - r . \dot{\theta}^2\right)$$

3-1-2- L'expression de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$:

Projection sur l'axe de Freinet $(M,\vec{u})$:

$$P_t + R_t = m.a_t \quad \Rightarrow m.g.sin\theta + 0 = m.\frac{d\,v}{dt} \Leftrightarrow g.sin\theta = \frac{d(r\dot{\theta})}{dt}$$

$$g.sin\theta = r.\frac{d\dot{\theta}}{dt} \quad \Leftrightarrow g.sin\theta = r.\ddot{\theta} \quad \Leftrightarrow \ddot{\theta} = \frac{g.sin\theta}{r}$$

3-2- Déduction de l'expression de R en fonction de m, g et θ :

On a : $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2g}{r}(1-cos\theta)}$ L'expression de R s'écrit :

$$R = m\left[g.cos\theta - r.\left(\sqrt{\frac{2g}{r}(1-cos\theta)}\right)^2\right] = m\left[g.cos\theta - r.\frac{2g}{r}(1-cos\theta)\right]$$

$$R = m(g.cos\theta - 2g + 2gcos\theta) \Leftrightarrow R = mg(3cos\theta - 2)$$

3-3- La valeur de θ pour la quelle (S) quitte la gouttière :

Quand le corps (S) quitte la gouttière, on a : $R = 0$

$$mg(3cos\theta - 2) = 0$$

$$3cos\theta - 2 = 0 \Leftrightarrow cos\theta = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \theta = cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow \theta = 48{,}2°$$

Partie II : Mise en orbite d'un satellite géostationnaire autour de la Terre

1-Phase de décollage de la navette spatiale

Distance parcourue par la navette jusqu'à l'instant t_1 :

Application de la deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = M.\vec{a}$

Projection sur l'axe Oz :

$$P_z + F_z = M.a \Leftrightarrow F - P = M.a \quad \Leftrightarrow a = \frac{F - M.g_0}{M} \Leftrightarrow a = \frac{F}{M} - g_0$$

Mouvement rectiligne uniformément variée, son équation horaire :

$$z(t) = \frac{1}{2}a.t^2 + \underbrace{v_0}_{=0}.t + \underbrace{z_0}_{=0} \Rightarrow z(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{M} - g_0\right)t^2$$

$$d = z(t_1) = \frac{1}{2}\left(\frac{F}{M} - g_0\right){t_1}^2 \xrightarrow{A.N} d = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1{,}16.10^7}{7{,}3.10^5} - 9{,}8\right) \times 6^2 \Leftrightarrow d = 109{,}63\ m$$

2-Phase de la mise en orbite basse de satellite

2-1-L'expression de la vitesse v_S du satellite :

Application de la deuxième loi de Newton : $\vec{F}_{T/S} = M.\vec{a}$

Projection sur l'axe $(S,\vec{n})$: $F_{T/S} = M.a_n$

$$F_{T/S} = G.\frac{M_T.M}{{d_1}^2} \quad et\ a_n = \frac{{v_S}^2}{d_1}$$

$$G.\frac{M_T.M}{d_1^2} = M.\frac{v_S^2}{d_1} \Leftrightarrow v_S^2 = \frac{G.M_T}{d_1} \Leftrightarrow v_S = \sqrt{\frac{G.M_T}{d_1}}$$

- Calcul de v_S : $$v_S = \sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11} \times 6{,}0.10^{24}}{6580.10^3}} = 7798{,}76\, m.s^{-1}$$

2-2-La durée T_s :

On a : $v_S = r.\omega$ Avec : $r = d_1$ et $\omega = \frac{2\pi}{T_S}$

$$v_S = d_1.\frac{2\pi}{T_S} \Leftrightarrow T_S = \frac{2\pi d_1}{v_S} \Leftrightarrow T_S = 2\pi d_1.\sqrt{\frac{d_1}{G.M_T}} \Leftrightarrow T_S = 2\pi.\sqrt{\frac{d_1^{\ 3}}{G.M_T}}$$

$$T_S^{\ 2} = 4\pi^2.\frac{d_1^{\ 3}}{G.M_T} \Leftrightarrow \frac{T_S^{\ 2}}{d_1^{\ 3}} = \frac{4\pi^2}{G.M_T} = Cte$$

D'où la troisième loi de Kepler.

3- Phase de transfert du satellite géostationnaire

3-1- Le point où la vitesse est minimale :

Selon la loi des aires, l'air balayé par le segment qui lie le centre de gravité de la Terre et le satellite de passage de A $\longrightarrow$ A' et de B $\longrightarrow$ B' dans le même durée sont égaux : $AA' > BB'$ donc : $v_A > v_B$.

La vitesse est minimale au voisinage de B.

3-2-1- Montrons l'expression de h :

D'après la 3^{éme} loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{(R_T+h)^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T} \Leftrightarrow \frac{(R_T+h)^3}{T^2} = \frac{G.M_T}{4\pi^2} \Leftrightarrow (R_T+h)^3 = \frac{G.M_T}{4\pi^2}.T^2$$

$$R_T + h = \sqrt[3]{\frac{T^2.G.M_T}{4\pi^2}} \Leftrightarrow h = \sqrt[3]{\frac{T^2.G.M_T}{4\pi^2}} - R_T$$

3-2-2- Calcul de vitesse du satellite géostationnaire :

D'après la question 2-1- on a : $v_S = \sqrt{\frac{G.M_T}{d_1}}$ avec $d_1 = R_T + h$

$$v = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}} = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T + \sqrt[3]{\frac{T^2.G.M_T}{4\pi^2}} - R_T}} = \sqrt{\frac{G.M_T}{\sqrt[3]{\frac{T^2.G.M_T}{4\pi^2}}}}$$

$$V = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2 . G^3 . {M_T}^3}{T^2 . G . M_T}\right)^{\frac{1}{3}}} = \sqrt{\left[\left(\frac{2\pi G . M_T}{T}\right)^2\right]^{\frac{1}{3}}}$$

$$V = \sqrt[3]{\frac{2\pi G . M_T}{T}}$$

$$V = \sqrt[3]{\frac{2\pi \times 6{,}67.10^{-11} \times 6{,}0.10^{24}}{23{,}9345 \times 3600}} \Leftrightarrow V = 3078{,}77\ m.s^{-1}$$