# Correction de l'examen national du baccalauréat
# Physique chimie-Session normal 2023

www.svt-assilah.com

## Exercice 1 :

### 1-Etude d'une solution aqueuse d'acide éthanoïque

### 1-1- Equation de la réaction :

$$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

### 1-2-Montrons la relation $\alpha = 1 - \tau$ :

| Equation de la réaction | | $CH_3COOH_{(aq)}$ | + $H_2O_{(l)}$ | $\rightleftarrows$ | $CH_3COO^-_{(aq)}$ + | $H_3O^+_{(aq)}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Etat | Avancement | Les quantités de matière en $(mol)$ | | | | |
| Initial | 0 | $C_A.V$ | En excès | -- | 0 | 0 |
| Intermédiaire | $x$ | $C_A.V - x$ | En excès | -- | $x$ | $x$ |
| A l'équilibre | $x_{éq}$ | $C_A.V - x_{éq}$ | En excès | -- | $x_{éq}$ | $x_{éq}$ |

Tableau d'avancement :

$$[CH_3COO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V}$$

$$[CH_3COOH]_{éq} = \frac{C_A.V - x_{éq}}{V} = C_A - \frac{x_{éq}}{V} = C_A - [CH_3COO^-]_{éq}$$

$$C_A = [CH_3COOH]_{éq} + [CH_3COO^-]_{éq}$$

Expression de taux d'avancement : $\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}}$

Le réactif limitant est l'acide : $C_A.V - x_{max} = 0 \implies x_{max} = C_A.V$

$$x_{éq} = [H_3O^+]_{éq}.V = [CH_3COO^-]_{éq}.V$$

$$\tau = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.V}{C_A.V} = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq} + [CH_3COO^-]_{éq}}$$

$$\alpha = 1 - \frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq} + [CH_3COO^-]_{éq}} \implies \boxed{\alpha = 1 - \tau}$$

$$\alpha = 1 - \frac{10^{-pH}}{C_A}$$

$$\alpha = 1 - \frac{10^{-3,05}}{5.10^{-2}} = 0,982 \implies \boxed{\alpha = 98,2\ \%}$$

### 1-3-montros $pK_{A1} = 4,79$ :

$$K_{A1} = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}} \implies \begin{cases} [CH_3COO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = 10^{-pH} \\ [CH_3COOH]_{éq} = C_A - [H_3O^+]_{éq} = C_A - 10^{-pH} \end{cases}$$

$$K_{A1} = \frac{{[H_3O^+]_{éq}}^2}{C_A - [H_3O^+]_{éq}} = \frac{10^{-2pH}}{C_A - 10^{-pH}}$$

$$pK_{A1} = -\log K_{A1} \implies pK_{A1} = -\log\frac{10^{-2pH}}{C_A - 10^{-pH}} \Rightarrow pK_{A1} = -\log\left(\frac{10^{-2\times 3,05}}{5.10^{-2} - 10^{-3,05}}\right) \implies \boxed{pK_{A1} = 4,79}$$

## 2-Etude de la réaction de l'acide éthanoïque avec l'ion éthanoate

### 2-1- L'équation de la réaction :

$$CH_3COOH_{(aq)} + HCOO^-_{(aq)} \rightleftarrows CH_3COO^-_{(aq)} + HCOOH_{(aq)}$$

### 2-2-L'expression de $Q_{r,éq}$ :

$$Q_{r,éq} = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.[HCOOH]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}.[HCOO^-]_{éq}}$$

$$Q_{r,éq} = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}} \cdot \frac{[HCOOH]_{éq}}{[HCOO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}} = K_{A1}.\frac{1}{K_{A2}} \Longrightarrow \boxed{Q_{r,éq} = \frac{K_{A1}}{K_{A2}}}$$

$$Q_{r,éq} = \frac{10^{-pK_{A1}}}{10^{-pK_{A2}}} = 10^{pK_{A2}-pK_{A1}}$$

$$Q_{r,éq} = 10^{3,75-4,79} = 0,091 \Rightarrow \boxed{Q_{r,éq} = 9,1.10^{-2}}$$

### 2-3-L'expression du pH :

Tableau d'avancement :

| Equation de la réaction | | $CH_3COOH_{(aq)} + HCOO^-_{(aq)}$ | $\rightleftarrows$ | $CH_3COO^-_{(aq)} + HCOOH_{(aq)}$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Etat | Avancement | Les quantités de matière en $(mol)$ | | | | |
| Initial | 0 | $C_A.V_1$ | $C_B.V_2$ | -- | 0 | 0 |
| Intermédiaire | $x$ | $C_A.V_1 - x$ | $C_B.V_2 - x$ | -- | $x$ | $x$ |
| A l'équilibre | $x_{éq}$ | $C_A.V_1 - x_{éq}$ | $C_B.V_2 - x_{éq}$ | -- | $x_{éq}$ | $x_{éq}$ |

$$Q_{r,éq} = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.[HCOOH]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}.[HCOO^-]_{éq}}$$

$$[CH_3OOH]_{éq} = [HCOO^-]_{éq} = \frac{C_A.V_1 - x_{éq}}{2V_1}$$

$$[CH_3COO^-]_{éq} = [HCOOH]_{éq} = \frac{x_{éq}}{2V_1}$$

$$Q_{r,éq} = \frac{\left(\frac{x_{éq}}{2V_1}\right)^2}{\left(\frac{C_A.V_1 - x_{éq}}{2V_1}\right)^2} = \left(\frac{x_{éq}}{2V_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{2V_1}{C_A.V_1 - x_{éq}}\right)^2 = \left(\frac{x_{éq}}{C_A.V_1 - x_{éq}}\right)^2$$

$$\frac{x_{éq}}{C_A.V_1 - x_{éq}} = \sqrt{Q_{r,éq}}$$

D'après l'expression du pH :

$$pH = pK_{A1} + \log\frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}$$

$$pH = pK_{A2} + \log\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}}$$

$$2pH = pK_{A1} + pK_{A2} + \log\frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}} + \log\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}}$$

$$2pH = pK_{A1} + pK_{A2} + \log\frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}} \cdot \frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}} \Rightarrow \begin{cases} [CH_3OOH]_{éq} = [HCOO^-]_{éq} \\ [CH_3COO^-]_{éq} = [HCOOH]_{éq} \end{cases}$$

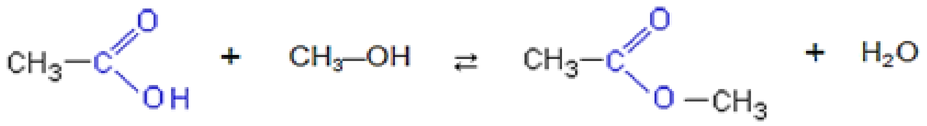
$$2pH = pK_{A1} + pK_{A2} + \log \frac{[HCOOH]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}} \cdot \frac{[CH_3COOH]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}} = pK_{A1} + pK_{A2}$$

$$\mathbf{pH = \frac{1}{2}(pK_{A1} + pK_{A2})}$$

$$pH = \frac{1}{2}(4{,}79 + 3{,}75) \Longrightarrow \boxed{\mathbf{pH = 4,27}}$$

## 3-Etude de la réaction d'acide éthanoïque avec le méthanol

### 3-1-L'équation de la réaction :



### 3-2-La courbe correspondant à la réaction utilisant le catalyseur :

Le catalyseur permet d'accélérer la transformation chimique, **la courbe $C_1$** correspondant à la réaction utilisant le catalyseur car la réaction arrive à son état final dans une petite durée.

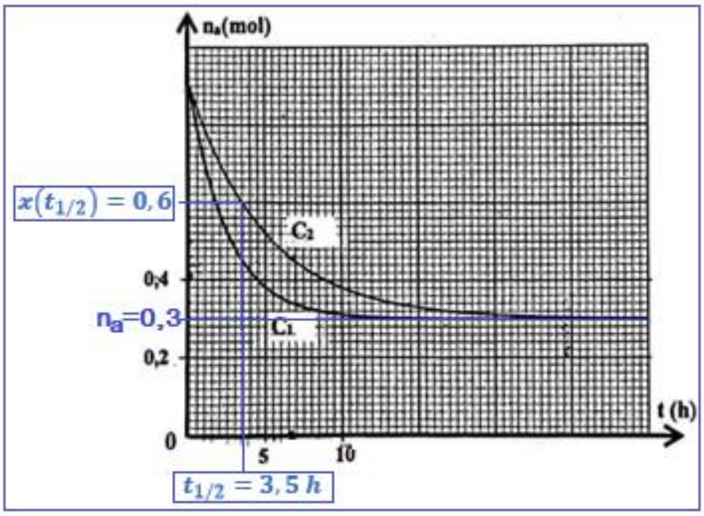
### 3-3- La composition du mélange à l'équilibre :

| Equation de la réaction | | $A_{(l)}$ + | $B_{(l)}$ | ⇄ | $E_{(l)}$ + | $H_2O_{(l)}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Etat | Avancement | Les quantités de matière en $(mol)$ | | | | |
| Initial | 0 | $C_A.V_1$ | $C_B.V_2$ | -- | 0 | 0 |
| Intermédiaire | $x$ | $C_A.V_1 - x$ | $C_B.V_2 - x$ | -- | $x$ | $x$ |
| Final | $x_f$ | $C_A.V_1 - x_f$ | $C_B.V_2 - x_f$ | -- | $x_f$ | $x_f$ |

La quantité d'acide restant à l'état d'équilibre : $n_{af} = n_0 - x_f \Longrightarrow x_f = n_0 - n_{af}$

En utilisant le graphe, on trouve : $n_{af} = 0{,}3\ mol$ c. à. d : $x_f = 0{,}9 - 0{,}3 = 0{,}6\ mol$

### 3-4-La valeur de $t_{1/2}$ :




A t = $t_{1/2}$ , on a : $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = \frac{0{,}6}{2} = 0{,}3\ mol$

La quantité d'acide restant : $n_a(t_{1/2}) = n_0 - (t_{1/2}) = 0{,}9 - 0{,}3 = 0{,}6\ mol$

Par projection, on trouve : $\boxed{\mathbf{t_{1/2} = 3,5\ h}}$

### 3-4-Le rendement $r$ :

$$r = \frac{n_{exp(ester)}}{n_{th}(ester)} = \frac{x_f}{x_{max}}$$

$$x_{max} = n_0 = 0{,}9\ mol \quad ; \quad x_f = 0{,}6\ mol$$

$$r = \frac{0{,}6}{0{,}9} = 0{,}667 \Longrightarrow \boxed{\mathbf{r = 66,7\ \%}}$$

### 3-6- le rendement $r'$:

Le tableau d'avancement :

| Equation de la réaction | | $A_{(l)}$ + | $B_{(l)}$ | ⇄ | $E_{(l)}$ + | $H_2O_{(l)}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Etat | Avancement | Les quantités de matière en $(mol)$ | | | | |
| Initial | 0 | $C_A.V_1$ | $C_B.V_2$ | -- | 0 | 0 |
| Intermédiaire | $x$ | $C_A.V_1 - x$ | $C_B.V_2 - x$ | -- | $x$ | $x$ |
| A L'équilibre | $x_{éq}$ | $C_A.V_1 - x_{éq}$ | $C_B.V_2 - x_{éq}$ | -- | $x_{éq}$ | $x_{éq}$ |

$$K = \frac{[E]_f.[H_2O]_f}{[A]_f.[B]_f} = \frac{\left(\frac{0,6 + x_{éq}}{V}\right)^2}{\frac{(0,4 - x_{éq})(0,3 - x_{éq})}{V^2}} = \frac{(0,6 + x_{éq})^2}{(0,4 - x_{éq})(0,3 - x_{éq})} = \frac{0,6^2 + 2 \times 0,6x_{éq} + x_{éq}^2}{0,12 - 0,4x_{éq} - 0,3x_{éq} + x_{éq}^2}$$

$$4 \times (0,12 - 0,7x_{éq} + x_{éq}^2) = 0,36 + 1,2x_{éq} + x_{éq}^2$$

$$0,48 + 0,28x_{éq} + 4x_{éq}^2 - 0,36 - 1,2x_{éq} - x_{éq}^2 = 0$$

$$3x_{éq}^2 - 4x_{éq} + 0,12 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 3 \times 0,12 = 14,56$$

$$\begin{cases} x_{éq1} = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-4) - \sqrt{14,56}}{2 \times 3} = 0,0131 \text{ mol} \\ x_{éq2} = \dfrac{-b\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-(-4) + \sqrt{14,56}}{2 \times 3} = 1,3 \text{ mol} \end{cases}$$

$$x_{éq} = 0,03 \text{ mol} \quad \text{:أي}\ x_{éq} < x_{max} = 0,3 \text{ mol}$$

$$r' = \frac{n_f(ester)}{n_{max}(ester)} \Rightarrow r' = \frac{0,6 + x_{éq}}{0,6 + x_{max}} \Rightarrow r' = \frac{0,6 + 0,03}{0,6 + 0,3} = 0,70 \Rightarrow \boxed{r' = 70\ \%}$$

**Exercice 2 :**

1-La désintégration du tritium

1-1-L'affirmation juste :

| | | |
|---|---|---|
| **A** | Le noyau $_2^3H$ a le nombre de masse égal à 5. | Faux |
| **B** | La radioactivité $\beta^-$est caractéristique des noyaux très lourds. | Faux |
| **C** | Au bout de $t = 2t_{1/2}$le nombre de noyaux désintégré d'un échantillon radioactif représente 25% du nombre de noyaux initial. | Faux |
| **D** | La masse d'un noyau atomique est égale à la somme des masses de ses nucléons. | Faux |
| **E** | Lors d'une réaction de fission nucléaire, la masse est convertie en énergie. | **Vrai** |

1-2-L'équation de la réaction :

$$_1^3H \xrightarrow{\beta^-} {}_Z^AX + {}_{-1}^0e$$

Application des lois de conservation :

$$\begin{cases} 3 = A + 0 \\ 1 = Z - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 3 \\ Z = 2 \end{cases}$$

$$\boxed{_Z^AX \equiv {}_2^3He}$$

$$_1^3\mathbf{H} \xrightarrow{\beta^-} {}_2^3\mathbf{He} + {}_{-1}^0\mathbf{e}$$

1-3-La relation entre $t_{1/2}$ et $\lambda$ :

Loi de décroissance radioactive : $N(t) = N_0 . e^{-\lambda . t}$

D'après la définition de demi-vie : $N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}$

$$\frac{N_0}{2} = N_0 . e^{-\lambda . t_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda . t_{1/2}} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln e^{-\lambda . t_{1/2}} \Rightarrow -\ln 2 = -\lambda . t_{1/2} \Rightarrow \ln 2 = \lambda . t_{1/2}$$

$$\boxed{t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}}$$

1-4-Calcul de $a_1$ :

Quand 90% des noyaux sont désintégrés, il en reste 10% des noyaux radioactifs dans l'échantillon initial c.à.d : $N_1 = 10\% \, N_0 = 0{,}1 \, N_0$ .

L'activité de l'échantillon est $a_1$ .

$$a_1 = \lambda . N_1 = 0{,}1 \lambda . N_0$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \quad ; \quad \frac{N_0}{N_A} = \frac{m_0}{m({}_2^3He)} \Rightarrow N_0 = \frac{m_0 . N_A}{m({}_1^3H)}$$

$$a_1 = 0{,}1 . \frac{\ln 2}{t_{1/2}} . \frac{m_0 . N_A}{m({}_1^3H)} \Rightarrow a_1 = \frac{\ln 2}{12{,}32 \times 3{,}16.10^7} \times \frac{2.10^{-6} \times 6{,}02.10^{23}}{3} \Rightarrow \boxed{a_1 = 7{,}15.10^8 \text{ Bq}}$$

2- Réaction de fusion de ${}_1^3H$ et ${}_1^2H$ :

| | | |
|---|---|---|
| a | L'énergie qu'il faut fournir à un noyau de tritium au repos pour le dissocier en ses nucléons au repos est l'énergie de liaison $E_l({}_1^3H) = 8{,}475 MeV$ . | **Vrai** |
| b | Le tritium est plus stable que le deutérium. | **Vrai** |

$$\begin{cases} \xi(({}_1^3H)) = \frac{E_l({}_1^3H)}{3} = \frac{8{,}475}{3} = 2{,}825 \ \text{MeV/Nucléon} \\ \xi({}_1^2H) = \frac{E_l({}_1^2H)}{2} = \frac{2{,}366}{2} = 1{,}183 \ \text{MeV/Nucléon} \end{cases} \Rightarrow \xi({}_1^3H) > \xi({}_1^2H)$$

Le noyau de tritium ${}_1^3H$ est plus stable que le noyau de deutérium ${}_1^2H$ .

2-2-Calcul de l'énergie libérée $E_{lib}$ :

$${}_1^3H + {}_1^2H \longrightarrow {}_2^3He + {}_0^1n$$

L'énergie libérée $E_{lib} = |\Delta E|$

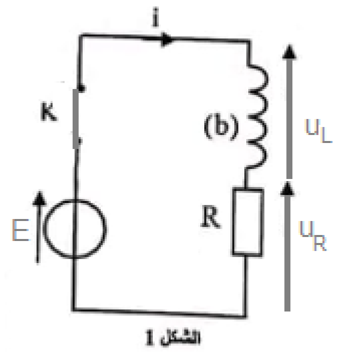
$$\Delta E = E_l({}_1^3H) + E_l({}_1^2H) - E_l({}_2^3He)$$

$$|\Delta E| = |8{,}475 + 2{,}366 - 28{,}296| = 17{,}455 \text{ MeV}$$

$$E_{lib} = |\Delta E| \Rightarrow \boxed{E_{lib} = 17{,}46 \text{ MeV}}$$

---

**Exercice 3 :**




1-Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension

1-1-Etablissement de l'équation différentielle :

D'après la loi d'additivité des tensions : $u_L + u_R = E$

D'après loi d'ohm : $u_L = L\frac{di}{dt}$ et $u_R = R.i$

$$L\frac{di}{dt}+R.i=E \iff \boxed{\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}.i=\frac{E}{L}}$$

1-2-1-Les expression de A et B :

$$\begin{cases} i(t)=A+B.e^{-\frac{t}{\tau}} \\ \dfrac{di}{dt}=\dfrac{d(A+B.e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt}=-\dfrac{B}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases}$$

On remplace dans l'équation différentielle :

$$-\frac{B}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{R}{L}\left(A+B.e^{-\frac{t}{\tau}}\right)=\frac{E}{L}$$

$$-\frac{B}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{R}{L}.A+\frac{R}{L}.B.e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{E}{L}$$

$$B.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{R}{L}-\frac{1}{\tau}\right)+\frac{R}{L}.A-\frac{E}{L}=0$$

$$\begin{cases} \dfrac{R}{L}-\dfrac{1}{\tau}=0 \\ \dfrac{R}{L}.A-\dfrac{E}{L}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{R}{L}=\dfrac{1}{\tau} \\ R.A=E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tau=\dfrac{L}{R} \\ \boxed{A=\dfrac{E}{R}} \end{cases}$$

On détermine B en utilisant les conditions initiales :

$$i(0)=0 \Rightarrow A+B.e^{0}=0 \Rightarrow B=-A \Rightarrow \boxed{B=-\frac{E}{R}}$$

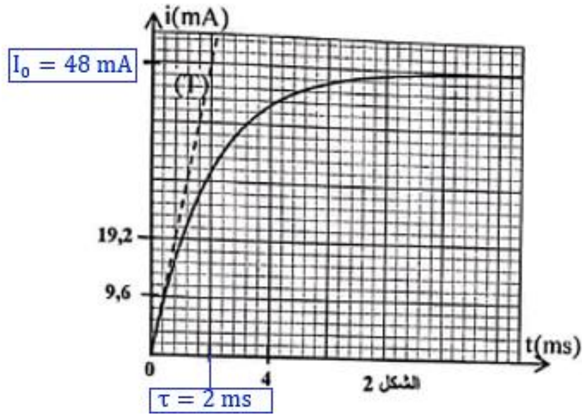
L'expression de $i(t)$: $i(t)=\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

1-2-2-Montrons que $L=1H$ :

L'expression de la constante de temps : $\tau=\frac{L}{R}$

$$L=\tau.R$$

L'expression de l'intensité de courant dans le régime permanent : $\frac{R}{L}.I_0=\frac{E}{L} \Rightarrow R.I_0=E \Rightarrow I_0=\frac{E}{R} \Rightarrow R=\frac{E}{I_0} \Rightarrow$ $\mathbf{L=\tau.\frac{E}{I_0}}$




D'après la figure 2, on a : $\tau=2$ ms et $I_0=48$ mA.

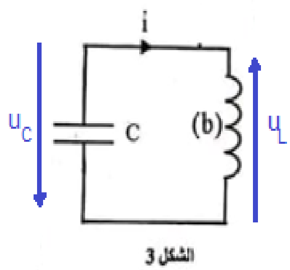
A.N : $L=2.10^{-3}\times\frac{24}{48.10^{-3}} \Rightarrow \boxed{L=1\ H}$

1-3-L'expression de la tension $u_L(t)$:

$$u_L(t)=L\frac{di}{dt}=L\frac{d\frac{E}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{dt}=\frac{L.E}{R}.\frac{1}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{L.E}{R}.\frac{R}{L}.e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow u_L(t)=E.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_L(t)=24\,e^{-\frac{t}{2.10^{-3}}} \Rightarrow \boxed{u_L(t)=24\,e^{-500.t}}$$

2-Circuit oscillant LC




2-1-L'équation différentielle :

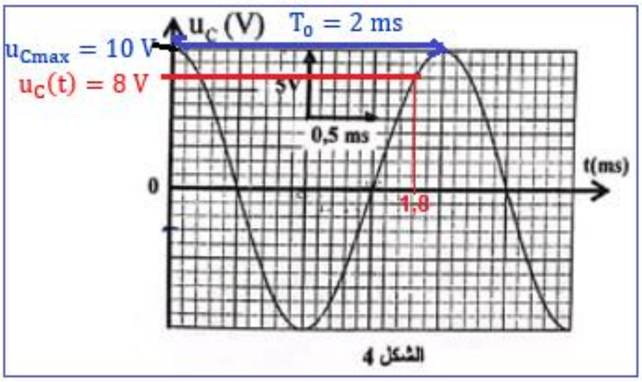
D'après la loi d'additivité des tensions : $u_L+u_C=0$

D'après loi d'ohm : $u_L=L\frac{di}{dt}$ avec $i=\frac{dq}{dt}=\frac{d(C.u_C)}{dt}=C.\frac{du_C}{dt}$

$$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(C.\frac{du_C}{dt}\right) = C.\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0 \Leftrightarrow \mathbf{\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{L.C}.u_C = 0}$$

2-2-1-La valeur de la capacité C :




D'après l'expression de la période propre : $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ c.à.d: $T_0^2 = 4\pi^2 L.C$ on obtient : $C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$

D'après le graphe de la figure 3 : la valeur de $T_0$ est: $T_0 = 2\ ms$

A.N : $C = \frac{(2.10^{-3})^2}{4\times10\times1} = 10^{-7}\ F \Leftrightarrow \boxed{C = 0,1\ \mu F}$

2-2-2-L'énergie mécanique $E_m$ :

L'énergie totale du circuit :

$$E_T(t) = E_e(t) + E_m(t)$$

$$E_m(t) = E_T(t) - E_e(t)$$

A $t = 0$, on a: $u_C(0) = u_{Cmax} = 10\ V$ et $i(0) = 0$ donc : $E_T(o) = E_{emax} = \frac{1}{2}Cu_{C\,max}^2$

A $t = 1,8\ ms$, on a: $u_C(t) = 8\ V$

$$E_m(t) = \frac{1}{2}C.u_{C\,max}^2 - \frac{1}{2}C.u_C^2(t) \Longrightarrow \mathbf{E_m(t) = \frac{1}{2}C.\left(u_{C\,max}^2 - u_C^2(t)\right)}$$

$$E_m(t) = \frac{1}{2}\times 10^{-7}\times(10^2 - 8^2) \Longrightarrow \boxed{E_m(t) = 1,8.10^{-6}\ J}$$

3-Modulation d'amplitude d'un signal

3-1-La bonne réponse :

La proposition juste est **B**

$$T_S = 5ms = 5.10^{-3}\ s$$

$$f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{5.10^{-3}} = 200\ Hz$$

$$T_s = 20T_P \Leftrightarrow \frac{1}{f_s} = \frac{20}{F_p} \Leftrightarrow F_p = 20f_s \Longrightarrow F_p = 20\times200 = 4000\ Hz = 4kHz$$

3-2-Vrai ou faux :

**a-Faux :** Justification :

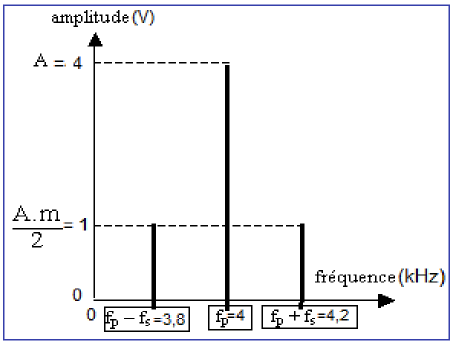
$$m = \frac{U_{m\,max} - U_{m\,min}}{U_{m\,max} + U_{m\,min}}$$

$$\begin{cases} U_{m\,max} = 3\times2 = 6V \\ U_{m\,min} = 1\times2 = 2V \end{cases} \Longrightarrow m = \frac{6-2}{6+2} = 0,5$$

**b-Faux :** Justification :

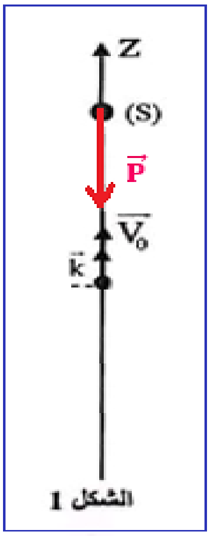
$$U_0 = \frac{U_{m\,max} + U_{m\,min}}{2} = \frac{6+2}{2} = 4V$$

3-3-Représentation du spectre de fréquence du signal modulé :



**Exercice 4 :**

**Partie I : Etude de la chute d'une balle**




1-Mouvement de la balle en chute libre

1-1-Equations horaires de $V_z(t)$ et $z(t)$ :

Le système étudié : {La balle (S)}

Bilan des forces : le poids $\vec{P}$ seulement

On considère le repère $(o,\vec{k})$, lié à un référentiel terrestre, supposé galiléen.

Application de la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G \quad \Rightarrow \vec{P} = m.\vec{a}_G$

Projection sur l'axe oz : $P_z = m.a_z$

$$-P = m.a_Z \Rightarrow -m.g = m.a_z \Rightarrow a_z = -g \Rightarrow a_z = \frac{dv_z}{dt} = -g$$

Par dérivation on a : $V_z(t) = -g.t + V_{0z}$ à $t_0 = 0$, on a : $V_z(0) = V_0$

$$V_z(t) = -g.t + V_0 \longmapsto \boxed{V_z(t) = -10.t + 12}$$

On a : $V_z(t) = \frac{dz}{dt} = -10t + 12$ Par dérivation on a : $z(t) = -\frac{1}{2} \times 10.t^2 + 12.t + z_0$

A $t_0 = 0$, on a : $z_0 = 0$ on trouve : $\boxed{z(t) = -5.t^2 + 12t}$

1-2-1-la hauteur maximale $h$ :

A $t_1$ le point G arrive à la hauteur maximale, ou sa vitesse s'annule

$$V_z = 0 \Rightarrow -10.t_1 + 12 = 0 \Rightarrow 10.t_1 = 12 \Rightarrow t_1 = \frac{12}{10} = 1{,}2\ s$$

La hauteur maximale :

$$h = z(t_1) = -5.{t_1}^2 + 12.t_1 \quad \text{AN : } h = -5 \times 1{,}2^2 + 12 \times 1{,}2 \rightarrow \boxed{h = 7{,}2\ m}$$

1-2-2-La valeur algébrique $V_{0z}$:

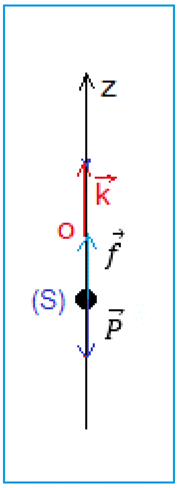
$$z(t_2) = 0 \Leftrightarrow 5.{t_2}^2 + 12.t_2 = 0 \Leftrightarrow t_1(-5t_2 + 12) = 0$$

Puisque : $t_2 \neq 0 \; -5t_2 + 12 = 0 \Rightarrow t_2 = \frac{12}{5} = 2{,}4\ s$

$$V_Z(t_2) = -10.t_2 + 12 \Rightarrow V_Z(t_2) = -10 \times 2{,}4 + 12 \Rightarrow \boxed{V_Z(t_2) = -12\ m.s^{-1}}$$

## 2-Mouvement de chute avec frottement :

### 2-1-L'équation différentielle :




Le système étudié : {La balle (S)}

Bilan des forces : $\vec{P}$ : le poids

$\vec{f}$: force de frottement fluide

Application de la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G \Longrightarrow \vec{P} + \vec{f} = m.\vec{a}_G$

Projection sur l'axe oz : $P_z + f_z = m.a_z \Longrightarrow -P + f = m.\frac{dV_z}{dt}$

$$-m.g - \lambda V_z = m.\frac{dV_z}{dt} \Longrightarrow m.\frac{dV_z}{dt} + \lambda V_z + mg \Longrightarrow \boxed{\frac{dV_z}{dt} + \frac{\lambda}{m}.V_z + g = 0}$$

On pose : $\frac{\lambda}{m} = \frac{1}{\tau} \Longrightarrow \boxed{\tau = \frac{m}{\lambda}}$

L'équation différentielle : $\boxed{\frac{dV_z}{dt} + \frac{1}{\tau}.V_z + g = 0}$

### 2-2-La norme de la vitesse limite :

Dans le régime permanent on a : $V_z = V_{\ell im} = cte > 0$ , c.d.à : $\frac{dV_{\ell im}}{dt} = 0$

L'équation différentielle : $\frac{1}{\tau}.V_{\ell im} + g = 0 \Longrightarrow V_{\ell im} = -g.\tau \Longrightarrow \boxed{V_{\ell im} = \left|-\frac{m.g}{\lambda}\right|}$

$$V_{\ell im} = \left|-\frac{80.10^{-3} \times 10}{0,12}\right| \Longrightarrow \boxed{V_{\ell im} = 6,67\ m.s^{-1}}$$

### 2-3-Détermination de $V_z\ (t_i)$:

La méthode d'Euler : $V_{i+1} = V_i + a_i.\Delta t \Longrightarrow V_i = V_{i-1} + a_{i-1}.\Delta t$ (2)

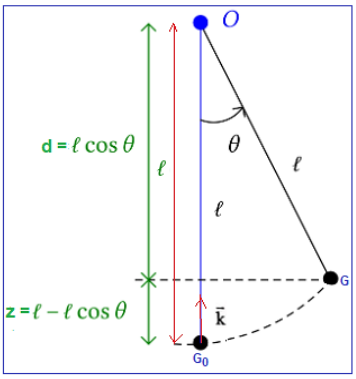
Et $a_i + \frac{\lambda}{m}.V_i + g = 0 \Longrightarrow$ $a_{i-1} + \frac{\lambda}{m}.V_{i-1} + g = 0$ (2)

(2) $\Longleftrightarrow \frac{\lambda}{m}.V_{i-1} = -a_{i-1} - g$ c.à.d : $V_{i-1} = -\frac{m}{\lambda}(a_{i-1} + 1)$

$$V_{i-1} = -\frac{80.10^{-3}}{0,12}(5 + 10) = -10\ m.s^{-1}$$

On remplace dans (1) $V_i = V_z\ (t_i) = -10 + 5 \times 66.10^{-3} \Longrightarrow \boxed{V_z\ (t_i) = -9,67\ m.s^{-1}}$

## Partie II : Etude du mouvement d'une balançoire




### 1-L'expression de $E_{pp}$ :

L'expression de l'énergie potentielle de pesanteur : $E_{pp} = m.g.z +$ cte

L'état de référentiel de l'énergie potentielle de potentielle :

$E_{pp} = 0$ à $z = 0$ par suite: $cte = 0$

$$E_{pp} = m.g.z$$

D'après la figure : $\ell = d + z \Longrightarrow z = \ell - d$ avec $d = \ell.\cos\theta$

$$z = \ell - \ell.\cos\theta = \ell(1 - \cos\theta)$$

Pour des oscillations de faible amplitude : $1-\cos\theta \approx \frac{\theta^2}{2}$

$$z=\ell.\frac{\theta^2}{2} \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{E_{pp}=\frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2}$$

2-1- La vitesse angulaire $\dot{\theta}(t)$ :

Le mouvement se fait sans frottement, l'énergie mécanique se conserve au cours du temps :

$$E_m=E_{cmax}=E_{ppmax}$$

$$\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}_{max}{}^2=\frac{1}{2}m.g.\ell.\theta_0{}^2$$

$$\frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}_{max}{}^2=\frac{1}{2}m.g.\ell.\theta_0{}^2$$

$$\ell.\dot{\theta}_{max}{}^2=g\theta_0{}^2$$

$\dot{\theta}_{max}=\theta_0.\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ A.N : $\dot{\theta}_{max}=9°\times\frac{\pi}{180°}\sqrt{\frac{10}{2,4}} \Longrightarrow \boxed{\mathbf{\dot{\theta}_{max}=0,32\ rad.s^{-1}}}$

2-2-Etablir l'équation différentielle :

$$E_m=Cte \Leftrightarrow \frac{dE_m}{dt}=0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2\right)=0$$

$$\frac{1}{2}m.\ell^2.2.\dot{\theta}.\ddot{\theta}+\frac{1}{2}m.g.\ell.2.\theta\dot{\theta}=0$$

$$m.\ell^2.\left(\ddot{\theta}+\frac{g}{\ell}.\theta\right)=0$$

$$\boldsymbol{\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{g}{\ell}.\theta=0}$$

3-La période propre $T_0$ :

$\mathbf{T_0=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}$ A.N : $T_0=2\pi\sqrt{\frac{2,4}{10}} \Longrightarrow \boxed{\mathbf{T_0=3,08\ s}}$

www.svt-assilah.com