

∞ Corrigé du baccalauréat ES Polynésie ∞

7 juin 2013

Exercice 1

5 points

Commun à tous les candidats

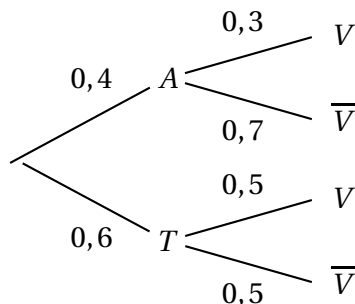
- $f(\ln 2) = \ln 2 \times e^{-\ln 2}$. Or, $-\ln 2 = \ln \frac{1}{2}$ et $e^{-\ln 2} = \frac{1}{2}$.
Ainsi, $f(\ln 2) = \frac{1}{2} \ln 2$; RÉPONSE D.
- On utilise la formule de dérivation d'un produit et : $f'(x) = e^{-x} + x(-e^{-x}) = (1-x)e^{-x}$; RÉPONSE C.
- On sait que l'équation de cette tangente est $y = f'(0)(x-0) + f(0)$ avec $f'(0) = 1$ et $f(0) = 0$. Donc $y = x$; RÉPONSE C.
- $f''(x) = (x-2)e^{-x}$ et $f''(x) < 0$ sur $] -\infty ; 2]$. Donc f est concave sur $] -\infty ; 2]$; RÉPONSE A.
- À la calculatrice, on trouve, $\int_0^1 f(x)dx = \frac{-2}{e} + 1$; RÉPONSE C.

Exercice 2

5 points

Candidats de ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

- D'après l'énoncé, la probabilité de l'évènement : le client interrogé a choisi la formule « avion + hôtel » et l'option « visites guidées » est égale à 0,12.
 - $P_A(V) = \frac{P(A \cap V)}{P(A)} = \frac{0,12}{0,4} = 0,3$.
 - Arbre pondéré représentant la situation :



- On utilise la formule des probabilités totales :
 $P(V) = P(A \cap V) + P(T \cap V) = 0,12 + 0,6 \times 0,5 = 0,42$.
 - $P_{\overline{V}}(A) = \frac{P(\overline{V} \cap A)}{P(\overline{V})} = \frac{0,4 \times 0,7}{1 - 0,42} = 0,483$.
- Soit X la variable aléatoire donnant le coût d'un week-end à Londres. La loi de probabilité de X est alors :

x_i	390	490	510	610
$P(X = x_i)$	0,28	0,12	0,3	0,3

L'espérance mathématique de X est égale à :

$$E(X) = 0,28 \times 390 + 0,12 \times 490 + 0,3 \times 510 + 0,3 \times 610 = 504.$$

Cela signifie que chaque personne dépense, *en moyenne*, 504 € par week-end à Londres. Le chiffre d'affaire espéré par l'agence pour 50 clients est donc égal à $50 \times 504 = 25\,200$ €.

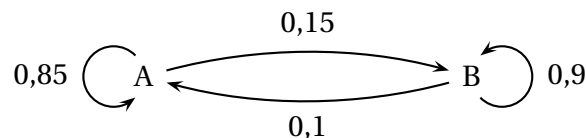
Exercice 2

5 points

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

1. Graphe probabiliste représentant la situation :



2. (a) Matrice de transition : $M = \begin{pmatrix} 0,85 & 0,15 \\ 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$

(b) En 2013, $n = 3$ et $P_3 = P_0 \times M^3 = (0,61 \quad 0,39)$.

(c) On sait que $P = P \times M$ d'où $\begin{cases} a = 0,1b + 0,85a \\ b = 0,9b + 0,15a \end{cases}$. Ces deux égalités amènent à l'équation $0,15a - 0,1b = 0$. On sait de plus que $a + b = 1$ donc on a le système $\begin{cases} a + b = 1 \\ 0,15a - 0,1b = 0 \end{cases}$ d'où :

$$\begin{cases} a = 1 - b \\ 0,15 - 0,15b - 0,1b = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 1 - b \\ b = \frac{0,15}{0,25} = 0,6 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 0,4 \\ b = 0,6 \end{cases}$$

Ainsi, le système se stabilise autour de l'état stable $P = (0,4 \quad 0,6)$ ce qui signifie qu'à *long terme*, le fournisseur d'accès B possédera 60 % du marché.

Partie B

1. Cela revient à résoudre le système $\begin{cases} s + c = 550 & \text{(nombre total d'objets)} \\ 0,8s + 1,2c = 540 & \text{(coût total)} \end{cases}$.

2. Soit $R = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0,8 & 1,2 \end{pmatrix}$ la matrice des coefficients, $X = \begin{pmatrix} s \\ c \end{pmatrix}$ la matrice colonne représentant les deux inconnues et $T = \begin{pmatrix} 550 \\ 540 \end{pmatrix}$ la matrice colonne représentant le second membre.

$$\text{On a alors } R \times X = T \iff \begin{cases} s + c = 550 & \text{nombre total d'objets} \\ 0,8s + 1,2c = 540 & \text{coût total} \end{cases} .$$

$$3. X = R^{-1} \times T = \begin{pmatrix} 300 \\ 250 \end{pmatrix}.$$

L'entreprise B a distribuée 300 stylos et 250 porte-clés.

Exercice 3

5 points

Commun à tous les candidats

- On note t le taux d'évolution annuel moyen des montants à l'exportation des produits perliers de Polynésie entre 2008 et 2011. On a alors :
 $81\,295 \times (1 + t)^3 = 63\,182$ soit $(1 + t)^3 = \frac{63\,182}{81\,295}$
Ainsi, $1 + t = \left(\frac{63\,182}{81\,295}\right)^{\frac{1}{3}} \approx 0,9194$.
Donc $t \approx 0,9194 - 1 = 0,0806$, ce qui correspond à une baisse de 8,06 % par an.
- Si on saisit $P = 50\,000$ entrée, on obtient $3 + 2011 = 2014$ en sortie par cet algorithme. Cela signifie que les montants réalisés à l'exportation des produits perliers passera sous les 50 000 € en 2014 si la baisse de 8 % se poursuit.
- (a) On passe d'un terme au suivant en multipliant par $1 - \frac{8}{100} = 0,92$.
Ainsi, (u_n) est une suite géométrique de 1^{er} terme $u_0 = 63\,182$ et de raison $q = 0,92$.
(b) $u_n = u_0 \times 0,92^n$
(c) En 2016, $n = 5$ et $u_5 = 63\,182 \times 0,92^5 = 41\,642$.
- Cela revient à calculer la somme $S_9 = u_0 + u_1 + \dots + u_9$.
 $S_9 = u_0 \frac{1 - 0,92^{10}}{1 - 0,92} = 446\,706$.

Exercice 4

5 points

Commun à tous les candidats

A. Étude de la zone 1

- La courbe de densité de probabilité est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \mu$. Par lecture graphique, $\mu = 150$.
- À la calculatrice, on trouve $P(150 \leq X \leq 210) = 0,48$.
- $P(X \geq 120) = 1 - P(X \leq 120) = 0,84$.
- Non ; en effet, la courbe étant symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \mu$, $P(X \leq \mu) = 0,5$.
Ainsi, si $k > \mu$, $P(X < k) = P(X \leq \mu) + P(\mu < X < k)$ avec $P(\mu < X < k) > 0$.
Finalement, si $k > \mu$, $P(X < k) > 0,5$.

B. Étude de la zone 2

1. (a) $f = \frac{15}{50} = \frac{3}{10} = 0,3.$

(b) $I = \left[f - \frac{1}{\sqrt{50}} ; f + \frac{1}{\sqrt{50}} \right] = [0,159 ; 0,441].$

2. La courbe de la fonction de densité est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = 205$, ce qui exclut la courbe 3.

De plus $\sigma' > \sigma$, ce qui signifie que les valeurs sont plus dispersées. La courbe représentant la densité de probabilité de la variable aléatoire Y est donc la courbe 1.