Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 2010

EXERCICE 1 **6 points**
Commun à tous les candidats

1. Dans cette question aucune justification n'est demandée, tous les tracés demandés seront effectués sur le repère orthonormal fourni en annexe 2 qui sera rendu avec la copie.
   On souhaite tracer la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f satisfaisant les conditions suivantes :
   — La fonction f est définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
   — Le maximum de la fonction f est 5, il est atteint pour $x = 0$.
   — Le minimum de la fonction f est 1.
   — La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
   On note f' la fonction dérivée de f et on sait que $f'(0) = -3$, $f(6) = 3$ et $f'(6) = 2$.
   — Le signe de la fonction dérivée f' de f est donné par le tableau suivant :

x	0		4		6
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	

   a. Compléter le tableau de variations de la fonction f, fourni en annexe 1. On fera figurer dans le tableau les images par f de 0, de 4 et de 6.
   b. Donner l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 6.
   c. Tracer dans le repère fourni en annexe 2 la courbe représentative d'une fonction satisfaisant toutes les conditions ci-dessus.
   On placera les points d'abscisses 0, 4, 6 et on tracera les tangentes à la courbe en ces points.

2. Dans cette question toute réponse doit être justifiée.
   On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$ par $g(x) = \text{e}^{f(x)}$.
   a. Déterminer le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
   Compléter le tableau de variation de la fonction g fourni en annexe 3.
   On précisera les valeurs de $g(0)$, $g(4)$ et $g(6)$.
   b. Déterminer $g'(0)$.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne la répartition des contributions au financement des soins et des biens médicaux sur la période 2004-2008. Les valeurs sont données en pourcentage.

	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4
Sécurité sociale et autres financements	91,7	91,6	91,1	91	90,6
Ménages y_i	8,3	8,4	8,9	9,0	9,4
Total	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Source : DREES, Comptes de la santé. ÉTUDES et RÉSULTATS n° 701 - septembre 2009

Par exemple en 2004, la contribution de la sécurité sociale et des autres organismes financeurs s'est élevée à 91,7 % du financement des soins et des biens médicaux et les ménages ont financé 8,3 % de ces soins et biens médicaux.

Partie A : Étude en pourcentages

y_i désigne la part en pourcentage financée par les ménages lors de l'année de rang x_i.

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ pour i entier variant de 0 à 4.

   On placera l'origine du repère à 0 en abscisse et 8 en ordonnée. On prendra pour unités : 2 cm pour 1 rang en abscisses et 5 cm pour 1 % en ordonnées.
2. La forme du nuage de points permet de considérer qu'un ajustement affine est justifié.
   a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.
   b. Représenter la droite D dans le repère précédent.
3. On suppose que l'évolution constatée sur la période 2004-2008 se poursuit en 2009 et en 2010. Justifier par un calcul qu'avec cet ajustement affine, on peut prévoir une part des ménages dans le financement des soins et des biens médicaux de 9,92 % en 2010.

Partie B : Étude en valeurs

1. La dépense de soins et de biens médicaux était de 140 milliards d'euros en 2004.

   Calculer la somme versée par les ménages pour financer les soins et les biens médicaux en 2004.
2. La dépense de soins et de biens médicaux était de 170,5 milliards d'euros en 2008. On fait l'hypothèse d'une croissance de la dépense de soins et de biens médicaux de 3 % en 2009 et à nouveau de 3 % en 2010.
   a. Déterminer la dépense de soins et de biens médicaux en 2010. (On arrondira le résultat au milliard d'euros.)
   b. Quelle somme versée par les ménages pour le financement des soins et des biens médicaux peut-on prévoir pour l'année 2010 ? (On arrondira le résultat au milliard d'euros.)

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

A - Observation d'une suite de nombres

1. On donne ci-dessous la représentation graphique des 16 premiers termes d'une suite (u_n) dans le plan muni d'un repère orthogonal.

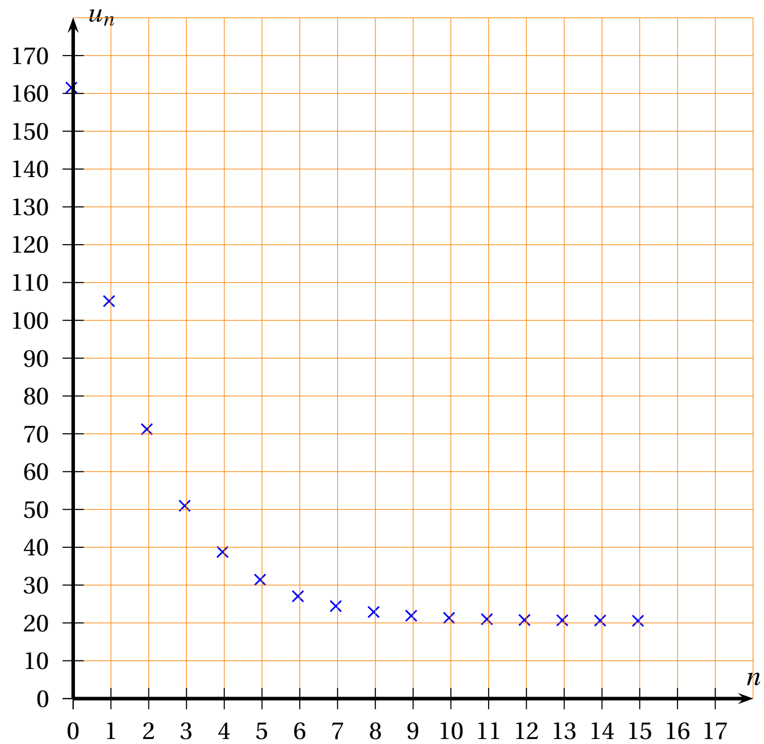
   Conjecturer la limite de la suite (u_n).
2. Les quatre premiers termes de la suite (u_n) ont été calculés avec un tableur :

n	u_n
0	161
1	104,6
2	70,76
3	50,456

   La suite (u_n) peut-elle être une suite géométrique ? On justifiera la réponse donnée.

B - Étude de la suite

La suite (u_n) observée dans la partie A est définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 0,6u_n + 8$ et $u_0 = 161$.



1. Calculer u_4.
2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 20$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique. On précisera le premier terme et la raison.
3. Donner l'expression de v_n en fonction de n, puis l'expression de u_n en fonction de n.
4. Déterminer la limite de la suite (v_n) et en déduire celle de la suite (u_n).

EXERCICE 3 **4 points**

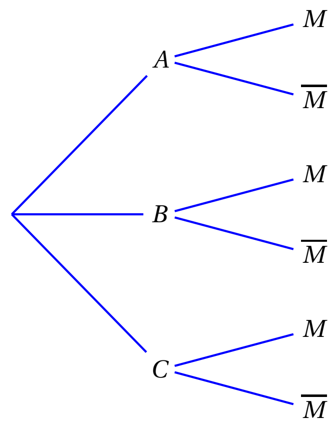
Commun à tous les candidats

Une université fait passer un test à ses étudiants. A l'issue du test chaque étudiant est classé dans l'un des trois profils A, B et C définis ci-dessous.
50 % des étudiants ont le profil A : ils mémorisent mieux une information qu'ils voient (image, diagramme, courbe, film ...).
20 % des étudiants ont le profil B : ils mémorisent mieux une information qu'ils entendent.
30 % des étudiants ont le profil C : ils mémorisent aussi bien l'information dans les deux situations.

À la fin de la session d'examen de janvier on constate que
70 % des étudiants ayant le profil A ont une note supérieure ou égale à 10,
75 % des étudiants ayant le profil B ont une note supérieure ou égale à 10,
85 % des étudiants ayant le profil C ont une note supérieure ou égale à 10.

On choisit de manière aléatoire un étudiant de cette université. On note
A l'évènement « l'étudiant a le profil A »,
B l'évènement « l'étudiant a le profil B »,
C l'évènement « l'étudiant a le profil C »
M l'évènement « l'étudiant a une note supérieure ou égale à 10 » et $\overline{\text{M}}$ l'évènement contraire.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant pour qu'il traduise les données de l'expérience aléatoire décrite dans l'énoncé :



Dans la suite de l'exercice les résultats seront donnés sous forme décimale, éventuellement arrondie au millième.

2. Calculer la probabilité que l'étudiant choisi soit de profil C et qu'il ait obtenu une note supérieure ou égale à 10.
3. Démontrer que $P(\text{M}) = 0,755$.
4. Calculer la probabilité que l'étudiant soit de profil B sachant qu'il a obtenu une note strictement inférieure à 10.
5. On choisit quatre étudiants au hasard. On admet que le nombre d'étudiants est suffisamment grand pour que ce choix soit assimilé à quatre tirages successifs indépendants avec remise. Calculer la probabilité qu'exactement trois de ces étudiants soient du profil C.

EXERCICE 4 — 5 points

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction g définie sur $[1 ; +\infty[$ par

$$g(x) = \ln x - \frac{1}{2}.$$

1. Étudier les variations de g sur $[1 ; +\infty[$.
2. Résoudre l'équation $g(x) = 0$ dans $[1 ; +\infty[$.
3. En déduire que $g(x) > 0$ si et seulement si $x > \sqrt{\text{e}}$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[1 ; +\infty[$ par

$$f(x) = 2x^2(\ln x - 1) + 2.$$

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. On appelle f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[1 ; +\infty[$.
   a. Montrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[1 ; +\infty[$, $f'(x) = 4xg(x)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[1 ; +\infty[$ et en déduire le tableau de variations de f sur $[1 ; +\infty[$.

3. a. Montrer que, dans l'intervalle $[2 ; 3]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique notée α.

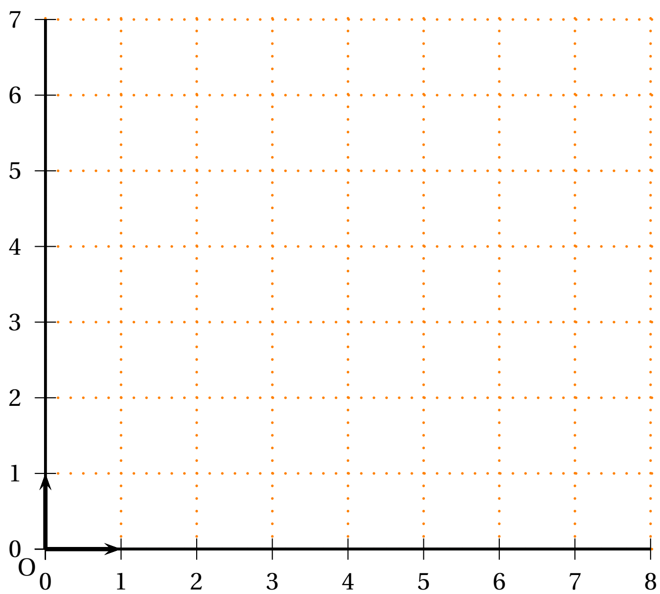
b. Déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α.

Annexes – à rendre avec la copie

Annexe 1

x	0		4		6
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	
variations de f					

Annexe 2



annexe 3

x	0	4	6
variations de g			