Baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie novembre 2009

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un QCM (Questionnaire à Choix Multiples). Pour chacune des questions, une seule des réponses a, b ou c est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Le barème sera établi comme suit : pour une réponse exacte, 0,5 *point ; pour une réponse fausse ou l'absence de réponse* 0 *point.*

1. J'ouvre un livret d'épargne rémunéré à un taux annuel de 3,8 % et je place de l'argent pendant deux ans : 750 € dès la première année et 850 € supplémentaires la deuxième année.
À la fin des deux ans, je possède :

a. 1660,80 € **b.** 1690,38 € **c.** 1723,91 €.

2. $\ln\left(e^2 + e\right)$ est égal à :

a. $\ln e^2 + \ln e$ **b.** 2,31 **c.** $1 + \ln(e+1)$

3. L'égalité $\ln\left(x^2 + 3x\right) = \ln x + \ln(x+3)$ est vraie :

a. pour tout x réel **b.** si $x > 0$ **c.** si $x < -3$ ou si $x > 0$

4. On donne ci-dessous la fréquentation mensuelle des cinémas en France en 2006 en millions d'entrées :

janv.	fév.	mars	avril	mai	juin	juil.	août	sept.	oct.	nov.	déc.
14,01	22,8	15	20,9	18,4	11,9	10,2	15,2	9,9	13,5	16,7	20,4

Sources : CNC/DEPS

On appelle M la médiane de cette série et Q_1 le premier quartile. On a :

a. $M = 2Q_1$ **b.** $M = \dfrac{(11,9 + 10,2)}{2}$ **c.** $M = 15,1$

5. L'intégrale $\displaystyle\int_0^1 e^{2x}\,dx$ est égale à :

a. $\dfrac{-1 + e^2}{2}$ **b.** $1 - e^2$ **c.** $2e^2 - 2$

6. f est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
La tangente au point d'abscisse 1 à la courbe représentative de cette fonction f dans un repère du plan a comme équation réduite : $y = -x + 3$.
Alors on peut dire que :

a. $f'(1) = 3$ **b.** $f'(1) = -1$ **c.** $f(1) = 3$

7. La fonction $F : x \longmapsto 5 + \ln(2x+10)$ est une primitive sur $[0~;~+\infty[$ de la fonction f définie par :

a. $f(x) = \dfrac{1}{x+5}$ **b.** $f(x) = \dfrac{1}{2x+10}$ **c.** $f(x) = 5 + \dfrac{1}{x+5}$

8. A et B sont deux évènements indépendants associés à une expérience aléatoire tels que :

$$P(\text{A}) \neq 0 \text{ et } P(\text{B}) = \frac{1}{2}$$

a. $P(\text{A} \cup \text{B}) = P(\text{A}) \times P(\text{B})$ **b.** $P(\text{A} \cup \text{B}) = P(\text{A}) + P(\text{B})$ **c.** $P_{\text{A}}(B) = \frac{1}{2}$

EXERCICE 2 **4 points**

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne les taux d'équipement des ménages français en lecteurs de DVD, de 1998 à 2006.

année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
rang de l'année x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
pourcentage y	0,2	1,5	4,9	12,0	23,3	41,6	59,9	75,0	76,9

Sources : GIK-CNC/DEPS

PARTIE I

1. Représenter la série $(x\,;\,y)$ sur le graphique en annexe 1.
2. Donner, sans justification, une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés (on arrondira les coefficients à $0{,}001$ près).
3. Donner une estimation du taux d'équipement des ménages français en 2010 en utilisant cet ajustement. Que pensez-vous du résultat ?

PARTIE II

On admettra que la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(t) = \frac{82{,}75}{1 + 116{,}8\text{e}^{-t}}$$

représentée sur le graphique en annexe 1 réalise un bon ajustement de cette série.

1. **a.** Déterminer le sens de variation de cette fonction.

   b. Donner, en utilisant ce nouvel ajustement, le taux d'équipement prévu en 2010 et en 2012.

   (On arrondira le résultat au centième).
2. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   En utilisant ce modèle, peut-on estimer que le taux d'équipement des ménages atteindra 90 % ? Si oui, en quelle année ?

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau ci-dessous donne, d'après un échantillon de 800 personnes interrogées en 2005, un aperçu de la lecture de la presse quotidienne en France.

	Tous les jours ou presque	Une ou deux fois par semaine	Seulement pendant certaines périodes	Rarement	Jamais	Total
Agriculteurs exploitants	1	10	2	8	79	100
Artisans, commerçants, chefs d'entreprise	11	11	5	7	66	100
Cadres	17	16	10	18	39	100
Professions intermédiaires	8	15	7	15	55	100
Employés	6	7	4	9	74	100
Ouvriers (y compris agricoles)	4	5	3	5	83	100
Retraités	6	7	2	6	79	100
Autres inactifs	5	9	4	9	73	100
Total en effectif	58	80	37	77	548	800
Pourcentages du total	7,25 %	10 %	4,625 %			

Sources : INSEE/DEPS

Dans cet exercice, les résultats seront donnés sous forme décimale et éventuellement arrondis à $0,001$ *près.*

PARTIE I

1. La dernière ligne du tableau ci-dessus représente la part de chaque catégorie par rapport à l'échantillon total. Calculer les valeurs manquantes de cette dernière ligne.
2. Donner la probabilité qu'une personne choisie au hasard parmi les cadres ne lise jamais.

PARTIE II

On choisit au hasard une personne dans cet échantillon de 800 personnes. Dans cette partie, on note les évènements suivants :

B l'évènement : « la personne choisie ne lit jamais » ;
R l'évènement : « la personne choisie est retraitée » ;
C l'évènement : « la personne choisie est cadre ».

1. Calculer la probabilité de l'évènement $B \cap R$.
2. Calculer la probabilité de l'évènement $B \cup C$.

PARTIE III

On s'intéresse maintenant uniquement aux personnes lisant la presse tous les jours ou presque.

1. On choisit au hasard une personne dans cet ensemble. Quelle est la probabilité que cette personne soit cadre ?
2. On choisit au hasard et de manière indépendante trois de ces personnes. Calculer la probabilité que parmi ces trois personnes, deux exactement soient cadres.

EXERCICE 3 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Par suite d'une forte augmentation du prix des carburants de 2007 à 2008, certains salariés d'une entreprise changent de mode de déplacement pour se rendre sur leur lieu de travail.
En 2007, 60 % des salariés utilisaient leur voiture personnelle.
En 2008, 30 % des salariés utilisant leur voiture en 2007 ne l'utilisent plus et 5 % des personnes ne l'utilisant pas en 2007 l'utilisent en 2008.

On appelle les états suivants :

A l' état : « la personne utilise sa voiture » ;
B l' état : « la personne n'utilise pas sa voiture ».

On suppose que cette évolution se poursuit d'une année à l'autre à partir de 2008 et on appelle, pour tout entier naturel n, P_n, la matrice ligne donnant l'état probabiliste des moyens de déplacement des salariés de cette entreprise au cours de l'année $(2007+n)$.
On pose $P_n = (a_n \quad b_n)$ et on a $P_0 = (0,6 \quad 0,4)$.

1. Tracer un graphe probabiliste représentant la situation décrite ci-dessus.
2. Donner la matrice de transition correspondant à ce graphe probabiliste, en respectant l'ordre alphabétique des sommets.
3. En supposant que cette évolution se poursuive et en utilisant la question précédente, quelle est la probabilité qu'un salarié de cette entreprise utilise sa voiture personnelle en 2009 ? En 2010 ?

   (On arrondira les résultats obtenus au centième).
4. **a.** Démontrer que pour tout entier naturel n, on a la relation : $a_{n+1} = 0,7a_n + 0,05b_n$.

   En déduire que $a_{n+1} = 0,65a_n + 0,05$.

   b. On admet que a_n peut alors s'écrire, pour tout entier naturel n,

   $a_n = \dfrac{1}{7} + \dfrac{16}{35} \times 0,65^n$.

   Vérifier la validité de cette formule pour a_0, a_1 et a_2.
5. **a.** Déterminer la limite de la suite (a_n).

   b. En supposant que cette évolution se poursuive, est-il possible d'envisager qu'à terme aucun des salariés de cette entreprise n'utilise sa voiture personnelle pour aller au travail ?

   Justifier la réponse.

EXERCICE 4 **7 points**

Commun à tous les candidats

PARTIE I : ÉTUDE D'UNE FONCTION

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ telle que pour tout réel x de cet intervalle :

$$f(x) = 5(1-\ln x)(\ln x - 2)$$

et dont la représentation graphique est donnée en annexe 2.

1. Résoudre l'équation $f(x) = 0$. Les valeurs exactes sont demandées.
2. **a.** Déterminer le signe de l'expression $5(1-X)(X-2)$ suivant les valeurs du réel X.

   b. En déduire que le signe de $f(x)$ est donné pour tout réel de l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par le tableau suivant :

x	0		e		e^2		$+\infty$
signe de $f(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

3. **a.** On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

   Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \dfrac{5(3-2\ln x)}{x}$ pour tout x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

   b. En déduire les variations de f. On précisera la valeur exacte du maximum de f et la valeur exacte de x pour laquelle il est atteint.

4. Calculer les limites de la fonction f en 0 et en $+\infty$.
5. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ puis donner une valeur approchée arrondie à $0,01$ près de ces solutions.

PARTIE II : APPLICATION

Une entreprise fabrique et revend des jouets.
$f(x)$ représente le résultat (bénéfice ou perte) en milliers d'euros qu'elle réalise lorsqu'elle fabrique x centaines de jouets, pour x compris entre 1 et 10, f désignant la fonction étudiée dans la partie I.

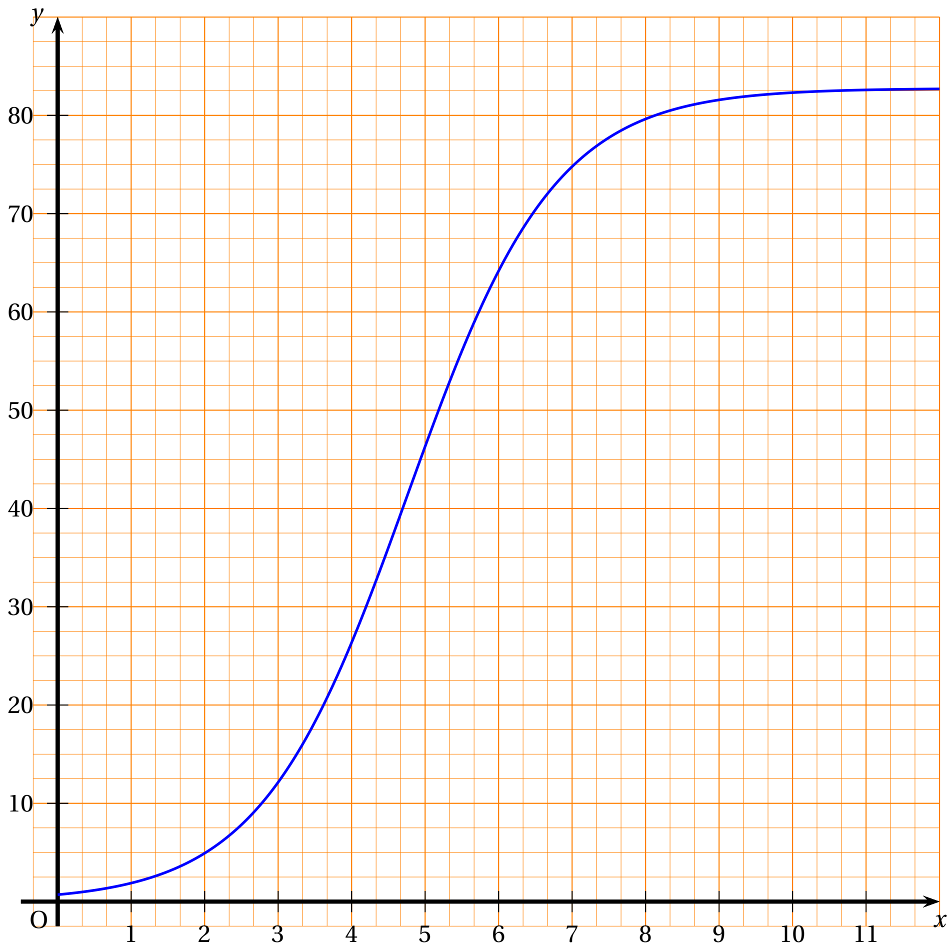
1. Déterminer, à un jouet près, les quantités à produire pour ne pas travailler à perte.

   Interpréter concrètement le résultat de la question I. 2. Comment le lit-on sur le graphique ?
2. Cette entreprise veut réaliser un bénéfice supérieur ou égal à 1 000 euros.

   Combien de jouets doit-elle fabriquer ? Justifier la réponse.

ANNEXE 1 (à compléter et à rendre avec la copie

Exercice 2 (commun à tous les candidats)



ANNEXE 2 (à compléter et à rendre avec la copie

Exercice 4 (commun à tous les candidats)