Exercice 01

a) f est définie sur IR par $f(x) = 5$.
La fonction F définie sur IR par $F(x) = 5x$ est une primitive de f sur IR.
En effet F est dérivable sur IR et on a $F'(x) = 5 = f(x)$ pour tout $x \in$ IR.

b) f est définie sur IR par $f(x) = x$.
La fonction F définie sur IR par $F(x) = \frac{1}{2}x^2$ est une primitive de f sur IR.
En effet F est dérivable sur IR et on a $F'(x) = \frac{1}{2} \times 2x = x = f(x)$ pour tout $x \in$ IR.

c) f est définie sur IR par $f(x) = 3x$.
La fonction F définie sur IR par $F(x) = \frac{3}{2}x^2$ est une primitive de f sur IR.
En effet F est dérivable sur IR et on a $F'(x) = \frac{3}{2} \times 2x = 3x = f(x)$ pour tout $x \in$ IR.

d) f est définie sur IR par $f(x) = 3x^2$.
La fonction F définie sur IR par $F(x) = x^3$ est une primitive de f sur IR.
En effet F est dérivable sur IR et on a $F'(x) = 3x^2 = f(x)$ pour tout $x \in$ IR.

e) f est définie sur IR par $f(x) = -4x + 3$.
La fonction F définie sur IR par $F(x) = -2x^2 + 3x$ est une primitive de f sur IR.
En effet F est dérivable sur IR et on a $F'(x) = -2 \times 2x + 3 = -4x + 3 = f(x)$ pour tout $x \in$ IR.

Exercice 02

a) f est définie sur IR par $f(x) = x^2$.

La fonction F définie sur IR par $F(x) = \frac{1}{3}x^3$ est une primitive de f sur IR.

En effet F est dérivable sur IR et on a $F'(x) = \frac{1}{3} \times 3x^2 = x^2 = f(x)$ pour tout $x \in$ IR.

b) f est définie sur IR par $f(x) = 7x - 1$.

La fonction F définie sur IR par $F(x) = \frac{7}{2}x^2 - x$ est une primitive de f sur IR.

En effet F est dérivable sur IR et on a $F'(x) = \frac{7}{2} \times 2x - 1 = 7x - 1 = f(x)$ pour tout $x \in$ IR.

c) f est définie sur IR par $f(x) = -\frac{2}{3}x^2$.

La fonction F définie sur IR par $F(x) = -\frac{2}{9}x^3$ est une primitive de f sur IR.

En effet F est dérivable sur IR et on a $F'(x) = -\frac{2}{9} \times 3x^2 = -\frac{2}{3}x^2 = f(x)$ pour tout $x \in$ IR.

d) f est définie sur IR par $f(x) = 4x^3 + x$.

La fonction F définie sur IR par $F(x) = x^4 + \frac{1}{2}x^2$ est une primitive de f sur IR.

En effet F est dérivable sur IR et on a $F'(x) = 4x^3 + \frac{1}{2} \times 2x = 4x^3 + x = f(x)$ pour tout $x \in$ IR.

e) f est définie sur IR par $f(x) = \frac{x-5}{3} = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$.

La fonction F définie sur IR par $F(x) = \frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{3}x$ est une primitive de f sur IR.

En effet F est dérivable sur IR et on a $F'(x) = \frac{1}{6} \times 2x - \frac{5}{3} \times 1 = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3} = f(x)$ pour tout $x \in$ IR.

Exercice 03

a) f est définie sur IR par $f(x) = -5x^2$.

La fonction F définie sur IR par $F(x) = -\frac{5}{3}x^3$ est une primitive de f sur IR.

En effet F est dérivable sur IR et on a $F'(x) = -\frac{5}{3} \times 3x^2 = -5x^2 = f(x)$ pour tout $x \in$ IR.

b) f est définie sur IR par $f(x) = x^4$.

La fonction F définie sur IR par $F(x) = \frac{1}{5}x^5$ est une primitive de f sur IR.

En effet F est dérivable sur IR et on a $F'(x) = \frac{1}{5} \times 5x^4 = x^4 = f(x)$ pour tout $x \in$ IR.

c) f est définie sur IR par $f(x) = 2x^5 + 3x$.

La fonction F définie sur IR par $F(x) = \frac{1}{3}x^6 + \frac{3}{2}x^2$ est une primitive de f sur IR.

En effet F est dérivable sur IR et on a $F'(x) = \frac{1}{3} \times 6x^5 + \frac{3}{2} \times 2x = 2x^5 + 3x = f(x)$ pour tout $x \in$ IR.

d) f est définie sur IR par $f(x) = \frac{3x^4 + x}{2} = \frac{3}{2}x^4 + \frac{1}{2}x$.

La fonction F définie sur IR par $F(x) = \frac{3}{10}x^5 + \frac{1}{4}x^2$ est une primitive de f sur IR.

En effet F est dérivable sur IR et on a $F'(x) = \frac{3}{10} \times 5x^4 + \frac{1}{4} \times 2x = \frac{3}{2}x^4 + \frac{1}{2}x = f(x)$ pour tout $x \in$ IR.

e) f est définie sur IR par $f(x) = \frac{1}{5}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}$.

La fonction F définie sur IR par $F(x) = \frac{1}{15}x^3 - \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{4}x$ est une primitive de f sur IR.

En effet F est dérivable sur IR et on a

$F'(x) = \frac{1}{15} \times 3x^2 - \frac{1}{6} \times 2x + \frac{1}{4} = \frac{1}{5}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{4} = f(x)$ pour tout $x \in$ IR.

Exercice 04

a) $f(x) = 3x^2 + 2x + 2$ sur IR
L'ensemble des primitives de f sur IR est l'ensemble des fonctions F définies sur IR par :
$F(x) = x^3 + x^2 + 2x + k$ avec $k \in$ IR

b) $f(x) = -x^2 + 1$ sur IR
L'ensemble des primitives de f sur IR est l'ensemble des fonctions F définies sur IR par :
$F(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x + k$ avec $k \in$ IR

c) $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ sur $]0 ; +\infty[$
L'ensemble des primitives de f sur $]0 ; +\infty[$ est l'ensemble des fonctions F définies sur $]0 ; +\infty[$ par :
$F(x) = \frac{1}{x} + k$ avec $k \in$ IR

d) $f(x) = \frac{1}{x}$ sur $]0 ; +\infty[$
L'ensemble des primitives de f sur $]0 ; +\infty[$ est l'ensemble des fonctions F définies sur $]0 ; +\infty[$ par :
$F(x) = \ell n(x) + k$ avec $k \in$ IR

e) $f(x) = e^x$ sur IR
L'ensemble des primitives de f sur IR est l'ensemble des fonctions F définies sur IR par :
$F(x) = e^x + k$ avec $k \in$ IR

NB : On peut vérifier les résultats en calculant dans chacun des cas la dérivée de F.

Exercice 05

f est définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = 3x - \dfrac{1}{x^2}$

L'ensemble des primitives de f sur $]0\,;+\infty[$ est l'ensemble des fonctions F définies sur $]0\,;+\infty[$ par :

$F(x) = \dfrac{3}{2}x^2 + \dfrac{1}{x} + k$ avec $k \in \mathbb{R}$.

On cherche une primitive prenant la valeur 2 lorsque $x = 1$, c'est-à-dire vérifiant :

$F(1) = 2 \iff \dfrac{3}{2} \times 1^2 + \dfrac{1}{1} + k = 2 \iff \dfrac{3}{2} + 1 + k = 2 \iff k = 2 - 1 - \dfrac{3}{2} \iff k = -\dfrac{1}{2}$

Donc : il existe une primitive de f (et une seule) prenant la valeur 2 quand $x = 1$.

Cette primitive est définie par $F(x) = \dfrac{3}{2}x^2 + \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{2}$ pour $x \in\,]0\,;+\infty[$

Exercice 06

a) $f(x) = x^9$; $f(x)$ est de la forme x^n avec $n = 9$

f a des primitives sur I = IR

L'ensemble des primitives de f sur IR est l'ensemble des fonctions F définies sur IR par :

$F(x) = \frac{1}{10} x^{10} + k$ avec $k \in$ IR

b) $f(x) = 5x + \frac{2}{x^2} = 5x - 2 \times \left(-\frac{1}{x^2}\right)$

f a des primitives sur $I =]0 ; +\infty[$ (on pourrait aussi choisir $I =]-\infty ; 0[$)

L'ensemble des primitives de f sur $]0 ; +\infty[$ est l'ensemble des fonctions F définies sur $]0 ; +\infty[$ par :

$F(x) = 5 \times \frac{1}{2} x^2 - 2 \times \frac{1}{x} + k$, c'est-à-dire $F(x) = \frac{5}{2} x^2 - \frac{2}{x} + k$ avec $k \in$ IR

c) $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2} = \frac{x^3}{x^2} + \frac{1}{x^2} = x + \frac{1}{x^2}$

f a des primitives sur $I =]0 ; +\infty[$ (on pourrait aussi choisir $I =]-\infty ; 0[$)

L'ensemble des primitives de f sur $]0 ; +\infty[$ est l'ensemble des fonctions F définies sur $]0 ; +\infty[$ par :

$F(x) = \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{x} + k$ avec $k \in$ IR

NB : On peut vérifier les résultats en calculant dans chacun des cas la dérivée de F.

Exercice 07

a) f est définie sur IR par : $f(x) = x^2 + 3x - 1$

L'ensemble des primitives de f sur IR est l'ensemble des fonctions F définies sur IR par :

$F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - x + k$ avec $k \in$ IR

On cherche la primitive prenant la valeur 3 lorsque $x = 2$, c'est-à-dire vérifiant :

$F(2) = 3 \iff \frac{1}{3} \times 2^3 + \frac{3}{2} \times 2^2 - 2 + k = 3 \iff \frac{8}{3} + 6 - 2 + k = 3 \iff k = 3 - 4 - \frac{8}{3} \iff k = -\frac{11}{3}$

La primitive F de f vérifiant F(2) = 3 est définie sur IR par : $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - x - \frac{11}{3}$

b) f est définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = 2x - 5 + \frac{3}{x^2}$

L'ensemble des primitives de f sur $]0\,;+\infty[$ est l'ensemble des fonctions F définies sur $]0\,;+\infty[$ par :

$F(x) = x^2 - 5x - \frac{3}{x} + k$ avec $k \in$ IR

On cherche la primitive prenant la valeur -1 lorsque $x = 3$, c'est-à-dire vérifiant :

$F(3) = -1 \iff 3^2 - 5 \times 3 - \frac{3}{3} + k = -1 \iff 9 - 15 - 1 + k = -1 \iff -7 + k = -1 \iff k = 6$

La primitive F de f vérifiant F(3) = -1 est définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $F(x) = x^2 - 5x - \frac{3}{x} + 6$

Exercice 08

a) $f(x) = 2x^3 + \frac{3}{x^2}$

On peut écrire $f(x) = 2x^3 + 3 \times \frac{1}{x^2}$

On sait que : x^3 a pour primitive $\frac{1}{4}x^4$ sur IR

$\frac{1}{x^2}$ a pour primitive $-\frac{1}{x}$ sur $]0 ; +\infty[$ (ou sur $]-\infty ; 0[$)

Donc f a des primitives sur $I =]0 ; +\infty[$

L'ensemble des primitives de f sur $]0 ; +\infty[$ est l'ensemble des fonctions F définies par :

$F(x) = 2 \times \frac{1}{4}x^4 + 3 \times \left(-\frac{1}{x}\right) + k$ c'est-à-dire $F(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{3}{x} + k$ avec $k \in$ IR

b) $f(x) = 3x + 5e^x$

On sait que : x a pour primitive $\frac{1}{2}x^2$ sur IR

e^x a pour primitive e^x sur IR

Donc f a des primitives sur IR.

L'ensemble des primitives de f sur IR est l'ensemble des fonctions F définies sur IR par :

$F(x) = 3 \times \frac{1}{2}x^2 + 5 \times e^x + k$ c'est-à-dire $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + 5e^x + k$ avec $k \in$ IR

c) $f(x) = (x - 1)\left(x + \frac{1}{x}\right)$

En développant on peut écrire $f(x) = x^2 - x + 1 - \frac{1}{x}$

On sait que : x^2 a pour primitive $\frac{1}{3}x^3$ sur IR

x a pour primitive $\frac{1}{2}x^2$ sur IR

1 a pour primitive x sur IR

$\frac{1}{x}$ a pour primitive $\ell n(x)$ sur $]0 ; +\infty[$

Donc f a des primitives sur $I =]0 ; +\infty[$

L'ensemble des primitives de f sur $]0 ; +\infty[$ est l'ensemble des fonctions F définies sur $]0 ; +\infty[$ par :

$F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - \ell n(x) + k$ avec $k \in$ IR

NB : Chercher séparément une primitive de $(x - 1)$ et une primitive de $\left(x + \frac{1}{x}\right)$ pour les multiplier entre elles conduirait à un résultat faux puisqu'une primitive d'un produit ne correspond pas au produit des primitives.

Exercice 09

1°) f est définie par $f(x) = \ell n(x)$ pour $x \in \left]0\,;+\infty\right[$

On considère la fonction F définie par $F(x) = x\,\ell n(x) - x$ pour $x \in \left]0\,;+\infty\right[$

Calculons la dérivée de F :

$F'(x) = 1 \times \ell n(x) + x \times \frac{1}{x} - 1 = \ell n(x) + 1 - 1 = \ell n(x)$; on a donc $F' = f$

On peut en déduire que :

la fonction F définie par $F(x) = x\,\ell n(x) - x$ pour $x \in \left]0\,;+\infty\right[$ est une primitive de f.

2°) f est définie par $f(x) = 2e^{3x}$ pour $x \in \mathbb{R}$

On considère la fonction F définie par $F(x) = \frac{2}{3}e^{3x}$ pour $x \in \mathbb{R}$

Calculons la dérivée de F :

$F'(x) = \frac{2}{3} \times 3e^{3x} = 2e^{3x}$; on a donc $F' = f$

On peut en déduire que :

la fonction F définie par $F(x) = \frac{2}{3}e^{3x}$ pour $x \in \mathbb{R}$ est une primitive de f.

3°) f est définie par $f(x) = \frac{2\ell n(x) + 1}{x}$ pour $x \in \left]0\,;+\infty\right[$

On considère la fonction F définie par $F(x) = \left[\,\ell n(x)\,\right]\left[\,\ell n(x) + 1\,\right]$ pour $x \in \left]0\,;+\infty\right[$

Calculons la dérivée de F :

$F'(x) = \frac{1}{x} \times \left[\,\ell n(x) + 1\,\right] + \left[\,\ell n(x)\,\right] \times \frac{1}{x} = \frac{\ell n(x) + 1 + \ell n(x)}{x} = \frac{2\ell n(x) + 1}{x}$; on a donc $F' = f$

On peut en déduire que :

la fonction F définie par $F(x) = \left[\,\ell n(x)\,\right]\left[\,\ell n(x) + 1\,\right]$ pour $x \in \left]0\,;+\infty\right[$ est une primitive de f.

Exercice 10

a) $f(x) = 2x\, e^{x^2}$
f est de la forme $u' \times e^u$ en posant $u(x) = x^2$ et par conséquent $u'(x) = 2x$
On sait que $u' e^u$ a pour primitive e^u
On en déduit que f a pour primitive e^u
c'est-à-dire que f a pour primitive la fonction F définie sur IR par : $F(x) = e^{x^2}$

b) $f(x) = -\, e^{-x} = (-1) \times e^{-x}$
f est de la forme $u' \times e^u$ en posant $u(x) = -x$ et par conséquent $u'(x) = -1$
On sait que $u' e^u$ a pour primitive e^u
On en déduit que f a pour primitive e^u
c'est-à-dire que f a pour primitive la fonction F définie sur IR par : $F(x) = e^{-x}$

c) $f(x) = 5\, e^{5x}$
f est de la forme $u' \times e^u$ en posant $u(x) = 5x$ et par conséquent $u'(x) = 5$
On sait que $u' e^u$ a pour primitive e^u
On en déduit que f a pour primitive e^u
c'est-à-dire que f a pour primitive la fonction F définie sur IR par : $F(x) = e^{5x}$

Exercice 11

a) $f(x) = 2x + 1 - e^x$

f a pour primitive la fonction F définie sur IR par : $F(x) = x^2 + x - e^x$

b) $f(x) = e^{2x}$ On peut écrire $f(x) = \frac{1}{2} \times 2e^{2x}$

On sait que $x \mapsto 2e^{2x}$ qui est de la forme $u'e^u$ a pour primitive $x \mapsto e^{2x}$

On en déduit que f a pour primitive la fonction F définie sur IR par : $F(x) = \frac{1}{2} e^{2x}$

c) $f(x) = 25\, e^{-0,5x}$ On peut écrire $f(x) = 25 \times \frac{1}{-0,5} \times (-0,5\, e^{-0,5x}) = -50 \times (-0,5\, e^{-0,5x})$

On sait que $x \mapsto -0,5\, e^{-0,5x}$ qui est de la forme $u'e^u$ a pour primitive $x \mapsto e^{-0,5x}$

On en déduit que f a pour primitive la fonction F définie sur IR par : $F(x) = -50\, e^{-0,5x}$

d) $f(x) = x + 1 + e^{-x+0,5}$ On peut écrire $f(x) = x + 1 - (-1) \times e^{-x+0,5}$

On sait que $x \mapsto (-1) \times e^{-x+0,5}$ qui est de la forme $u'e^u$ a pour primitive $x \mapsto e^{-x+0,5}$

On en déduit que f a pour primitive la fonction F définie sur IR par : $F(x) = \frac{1}{2} x^2 + x - e^{-x+0,5}$

e) $f(x) = -0,0032\,x^3 + 5 - \frac{0,025}{x}$ On peut écrire $f(x) = -0,0032\,x^3 + 5 - 0,025 \times \frac{1}{x}$

On sait que $x \mapsto \frac{1}{x}$ a pour primitive $x \mapsto \ell n(x)$

On en déduit que f a pour primitive la fonction F définie sur IR par :

$F(x) = -0,0032 \times \frac{1}{4} x^4 + 5x - 0,025 \times \ell n(x)$ c'est-à-dire $F(x) = -0,0008\, x^4 + 5x - 0,025\, \ell n(x)$

Exercice 12

1°) f est définie par $f(x) = (-x + 2)e^{0,5x}$ pour $x \in \mathbb{R}$

On considère la fonction F définie par $F(x) = (-2x + 8)e^{0,5x}$ pour $x \in \mathbb{R}$

Calculons la dérivée de F :

$F'(x) = (-2) \times e^{0,5x} + (-2x + 8) \times 0,5e^{0,5x} = -2e^{0,5x} + (-x + 4)\, e^{0,5x} = (-\,2 - x + 4)\, e^{0,5x} = (-x + 2)\, e^{0,5x}$

on a donc $F' = f$

On peut en déduire que :

la fonction F définie par $F(x) = (-2x + 8)e^{0,5x}$ pour $x \in \mathbb{R}$ est une primitive de f.

2°) f est définie par $f(x) = (3x - 4)e^{-x} + 2$ pour $x \in \mathbb{R}$

On considère la fonction F définie par $F(x) = (1 - 3x)e^{-x} + 2x$ pour $x \in \mathbb{R}$

Calculons la dérivée de F :

$F'(x) = (-3) \times e^{-x} + (1 - 3x) \times (-e^{-x}) + 2 = (-3 - 1 + 3x)(e^{-x}) + 2 = (-4 + 3x)e^{-x} + 2$

on a donc $F' = f$

On peut en déduire que :

la fonction F définie par $F(x) = (1 - 3x)e^{-x} + 2x$ pour $x \in \mathbb{R}$ est une primitive de f.

3°) f est définie par $f(x) = 10x - 8\ln(x)$ pour $x \in \left]0\,;+\infty\right[$

On considère la fonction F définie par $F(x) = 5x^2 + 8x - 8x\ln(x)$ pour $x \in \left]0\,;+\infty\right[$

Calculons la dérivée de F :

$F'(x) = 5 \times 2x + 8 - \left[8 \times \ln(x) + 8x \times \frac{1}{x}\right] = 10x + 8 - \left[8\ln(x) + 8\right] = 10x + 8 - 8\ln(x) - 8 = 10x - 8\ln(x)$

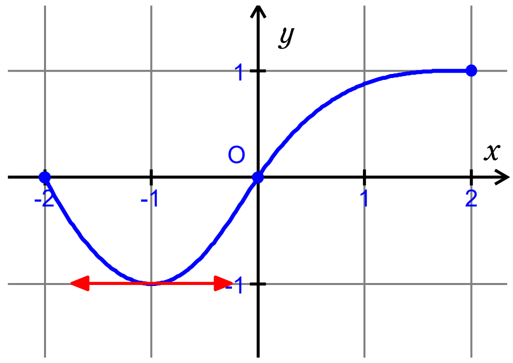
on a donc $F' = f$

On peut en déduire que :

la fonction F définie par $F(x) = 5x^2 + 8x - 8x\ln(x)$ pour $x \in \left]0\,;+\infty\right[$ est une primitive de f.

Exercice 13

La représentation graphique donnée ci-contre est celle de la fonction f.
F est une primitive de f.



1°) Sur $[-2\ ;\ 0]$, la courbe de f se trouve au-dessous de l'axe (Ox), donc la fonction f est négative.
F étant une primitive de f, on a $F' = f$. Donc F' est négative sur $[-2\ ;\ 0]$.
Donc F est décroissante sur $[-2\ ;\ 0]$.

2°) D'après le graphique, f ne garde pas un signe constant sur $[-1\ ;\ 2]$: elle est négative sur $[-1\ ;\ 0]$ et positive sur $[0\ ;\ 2]$.
Sachant que $F' = f$, on en déduit que F n'est ni croissante ni décroissante sur $[-1\ ;\ 2]$.

3°) Lorsqu'une fonction f a des primitives sur un intervalle, elle en a une infinité.
On sait de plus qu'il existe une et une seule primitive prenant une valeur donnée k en 0.
F étant une primitive quelconque de f, on ne peut pas connaître F(0).

4°) On sait que $F'(0) = f(0)$ et d'après le graphique $f(0) = 0$.
Donc $F'(0) = 0$.
En son point d'abscisse 0, la courbe représentative de la fonction F a une tangente parallèle à l'axe (Ox).

5°) Lorsqu'une fonction f a des primitives sur un intervalle, elle en a une infinité et deux primitives de f diffèrent d'une constante.
F étant une primitive quelconque de f, on ne peut pas connaître le signe de F.

Exercice 14

f est définie sur $]-1\,;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$.

1°) On peut calculer les dérivées des fonctions F_1 ; F_2 ; F_3 définies par

$F_1(x)=\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}$ $\qquad$ $F_2(x)=\dfrac{x^2+x+2}{x+1}$ $\qquad$ $F_3(x)=\dfrac{x^2+3x-1}{x+1}$

$F'_1(x)=\dfrac{(2x+3)(x+1)-(x^2+3x+2)\times 1}{(x+1)^2}=\dfrac{2x^2+2x+3x+3-x^2-3x-2}{(x+1)^2}=\dfrac{x^2+2x+1}{(x+1)^2}$

Donc $F'_1\neq f$, F_1 n'est pas une primitive de f.

$F'_2(x)=\dfrac{(2x+1)(x+1)-(x^2+x+2)\times 1}{(x+1)^2}=\dfrac{2x^2+2x+x+1-x^2-x-2}{(x+1)^2}=\dfrac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}=f(x)$

Donc F définie par $F(x)=\dfrac{x^2+x+2}{x+1}$ est une primitive de f.

Sachant qu'une seule réponse est juste, il n'est pas nécessaire de calculer $F'_3(x)$.

Si on fait néanmoins le calcul, on trouve $F'_3(x)=\dfrac{(2x+3)(x+1)-(x^2+3x-1)\times 1}{(x+1)^2}=\dfrac{x^2+2x+4}{(x+1)^2}$

2°) Si F est une primitive de f sur $]-1\,;+\infty[$, alors $F'(x)=f(x)=\dfrac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$.

On a donc $F'(0)=f(0)=\dfrac{-1}{1^2}$ donc $F'(0)=-1$.

3°) Lorsqu'une fonction f a des primitives sur un intervalle, elle en a une infinité.
On sait de plus qu'il existe une et une seule primitive prenant une valeur donnée k en 1.
F étant une primitive quelconque de f, on ne peut pas connaître F(1).

4°) On sait que $F'(1)=f(1)=\dfrac{1+2-1}{(1+1)^2}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$.

Donc en son point d'abscisse 1, la courbe représentative de la fonction F a une tangente de coefficient directeur $\dfrac{1}{2}$ c'est-à-dire une tangente parallèle à la droite d'équation $y=\dfrac{1}{2}x$.

5°) En notant F_1 et F_3 les fonctions définies par

$F_1(x)=x-1+\dfrac{2}{x+1}$ et $F_3(x)=x+2+\dfrac{2}{x+1}$,

on peut remarquer que F_1 et F_3 diffèrent d'une constante.
Ce sont donc deux primitives d'une même fonction.
Sachant qu'il y a une seule réponse juste, la seule réponse possible est celle correspondant à F_2.

Seule la fonction F définie sur $]-1\,;+\infty[$ par $F(x)=2x+\dfrac{2}{x+1}$ n'est pas une primitive de f.

NB : On peut vérifier en calculant les dérivées des trois fonctions proposées.