Devoir Surveillé n°2

Terminale ES Spé

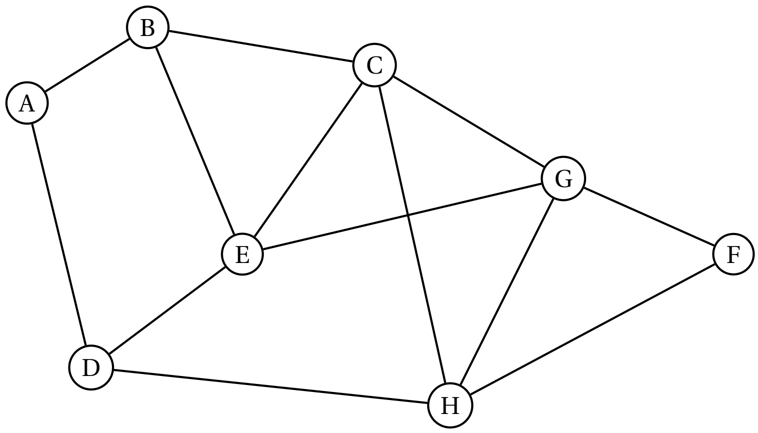
Graphes et Dijkstra

Durée 1 heure - Coeff. 3

Noté sur 20 points

Exercice 1. La campagne électorale — 15 points

Lors d'une campagne électorale, un homme politique doit effectuer une tournée dans les villes A, B, C, D, E, F, G et H, en utilisant le réseau autoroutier. Le graphe $\mathcal{G}$ ci-dessous, représente les différentes villes de la tournée et les tronçons d'autoroute reliant ces villes (une ville est représentée par un sommet, un tronçon d'autoroute par une arête) :



Partie A

1. Déterminer, en justifiant, si le graphe $\mathcal{G}$ est :

1. a. complet ;

1. b. connexe.

2. Une organisation.

2. a. Justifier qu'il est possible d'organiser la tournée en passant au moins une fois par chaque ville, tout en empruntant une fois et une seule chaque tronçon d'autoroute.

2. b. Citer un trajet de ce type.

3. On appelle M la matrice d'adjacence associée au graphe $\mathcal{G}$ (les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique).

3. a. Déterminer la matrice M.

3. b. On donne la matrice

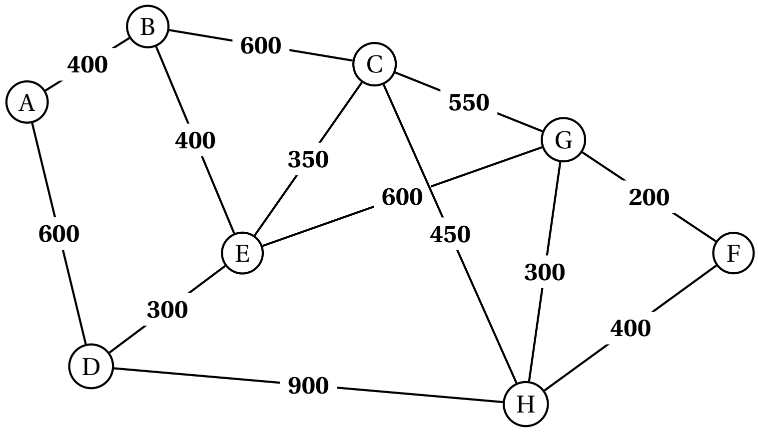
$$M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 3 & 5 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 7 & 2 & 8 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 6 & 4 & 9 & 3 & 9 & 10 \\ 5 & 2 & 4 & 0 & 9 & 2 & 3 & 8 \\ 1 & 8 & 9 & 9 & 4 & 4 & 10 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 4 & 2 & 6 & 6 \\ 4 & 3 & 9 & 3 & 10 & 6 & 6 & 9 \\ 1 & 5 & 10 & 8 & 4 & 6 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant E à H.

Préciser ces chemins.

Partie B

Des contraintes d'organisation obligent cet homme politique à se rendre dans la ville F après la ville A. Le graphe $\mathcal{G}$ est complété ci-dessous par les longueurs en kilomètre de chaque tronçon d'autoroute.



Déterminer, en utilisant l'algorithme de Dijkstra, le trajet autoroutier le plus court pour aller de A à F.
Préciser la longueur en kilomètre de ce trajet.

Fin du devoir