Numération et base

EXERCICE 1

a) A est le nombre qui s'écrit 68 425 dans le système décimal.
Écrire ce nombre dans le système à base 8, puis dans le système en base 12.

b) B est le nombre qui s'écrit 16 524 dans le système à base 7.
Écrire ce nombre dans le système à base 2.

c) C est le nombre qui s'écrit $10\alpha\beta$ dans le système à base 12.
Écrire ce nombre dans le système décimal.

EXERCICE 2

Les chiffres manquants étant remplacé par des points. Reconstituer les multiplications suivantes dans le système décimal en explicitant votre démarche.

a)
$$\begin{array}{ccccc}
 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\times & & & & 9 \\
\hline
8 & 0 & \cdot & 6 & 7
\end{array}$$

b)
$$\begin{array}{cccccc}
 & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\times & & & & \cdot & 9 \\
\hline
 & 4 & 7 & 5 & \cdot & 7 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\hline
2 & 0 & 6 & 0 & 3 & 7
\end{array}$$

EXERCICE 3

Un nombre de trois chiffres s'écrit xyz dans le système en base 7 et zyx dans le système en base neuf. Quel est ce nombre ?

EXERCICE 4

Soit N un entier naturel dont l'écriture en base 10 est $aba7$.
Montrer que si N est divisible par 7 alors $a + b$ est divisible par 7.

EXERCICE 5

Base 12

On note 0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, α, β, les chiffres de l'écriture d'un nombre en base 12. Par exemple :

$$\overline{\beta\alpha 7}^{12} = 11 \times 12^2 + 10 \times 12 + 7 = 1711 \quad \text{en base 12}$$

1) a) Soit N_1 le nombre s'écrivant en base 12 : $N_1 = \overline{\beta 1 \alpha}^{12}$
Déterminer l'écriture de N_1 en base 10.

b) Soit N_2 le nombre s'écrivant en base 10 : $N_2 = 1131$
Déterminer l'écriture de N_2 en base 12.

Dans toute la suite, un entier naturel N s'écrira de manière générale en base 12 par :

$$N = \overline{a_n \dots a_1 a_0}^{12}$$

2) a) Démontrer que $N \equiv a_0$ (modulo 3). En déduire un critère de divisibilité par 3 d'un nombre en base 12.

   b) À l'aide de son écriture en base 12, déterminer si N_2 est divisible par 3. Confirmer avec son écriture en base 10.

3) a) Démontrer que $N \equiv a_n + \cdots + a_1 + a_0$ (modulo 11). En déduire un critère de divisibilité par 11 d'un nombre en base 12.

   b) À l'aide de son écriture en base 12, déterminer si N_1 est divisible par 11. Confirmer avec son écriture en base 10.

4) Un nombre N s'écrit $\overline{x4y}^{12}$. Déterminer les valeurs de x et y pour lesquelles N est divisible par 33. Déterminer alors les nombres N possibles avec leurs écritures en base 10.