

# Devoir à rendre pour le jeudi 03 novembre 2016

## EXERCICE 1

### Diviseurs

(4,5 points)

On pose :  $a = 2k + 11$  et  $b = 9k - 13$ , avec  $k \in \mathbb{Z}$ .

- Montrer que si  $d$  divise  $a$  et  $b$  alors  $d$  divise 125.
- Déterminer les valeurs éventuelles de  $d$ .
- En déduire les diviseurs communs à 1 013 et 4 496.

## EXERCICE 2

### Division euclidienne

(3 points)

On considère l'égalité suivante :  $23 \times 51 + 35 = 1\,208$ .

Sans effectuer de division, répondre aux questions suivantes :

- Quels sont le quotient et le reste de la division de  $-1\,208$  par 51 ?
- Quels sont le quotient et le reste de la division de 1 208 par 23 ?

## EXERCICE 3

### Restes

(4,5 points)

- Déterminer le reste de la division euclidienne de  $5^{3n} - 6^n$  par 17.
- Déterminer le reste de la division euclidienne de  $39^{60}$  par 7.
- Déterminer le reste de la division euclidienne de  $2012^{2012}$  par 11.

## EXERCICE 4

### Équation

(3 points)

On cherche à résoudre dans  $\mathbb{Z}$  l'équation :  $x^2 + x + 1 \equiv 0 \pmod{6}$ .

- Recopier et compléter le tableau de congruence suivant :

$x \equiv (6)$	0	1	2	3	4	5
$x^2 \equiv (6)$						
$x + 1 \equiv (6)$						
$x^2 + x + 1 \equiv (6)$						

- Quel est l'ensemble des solutions pour que  $x^2 + x + 1$  soit divisible par 6.

## EXERCICE 5

### Défi du jour

(5 points)

On expliquera clairement la méthode utilisée pour obtenir le résultat demandé.

Le 1<sup>er</sup> janvier 2012 était un dimanche.

- a) Quel jour de la semaine sera-t-on le 1<sup>er</sup> janvier 2062 ?
- b) Quel jour de la semaine sera-t-on le 10 mars 2041 ?
- c) Cedric Villani est né le 5 octobre 1973 ; quel jour de la semaine est-il né ?

**Remarque** : On rappelle qu'il y a 7 jours par semaine et que les années normales, non divisibles par 4, ont 365 jours et que les années bissextiles, divisibles par 4, ont 366 jours (on rajoute le 29 février).