

Contrôle de mathématiques

Mardi 05 novembre 2013

EXERCICE 1

Multiples

4 points

- 1) Déterminer tous les diviseurs positifs de 96. On les classera par ordre croissant.
- 2) d et n sont des entiers naturels, $d \neq 0$.
 - a) Démontrer que si d divise $5n + 1$ et $3n - 4$, alors d divise 23. On citera le théorème utilisé.
 - b) Quelles sont les valeurs possibles pour d .
- 3) Déterminer les entiers relatifs n tels que $n - 2$ divise $5n + 7$

EXERCICE 2

Algorithme

2 points

On donne l'algorithme ci-contre.

- a) Qu'affiche cet algorithme quand on saisit le nombre 3 ?
- b) Qu'affiche cet algorithme quand on saisit le nombre 55 ?
- c) Pour un nombre entier saisi quelconque, que représente le résultat fourni par cet algorithme ?

Variables A, X entiers
Entrée et initialisation
 Saisir un entier positif A
 Affecter à X la valeur de A
Traitement
 Tant que $X \geq 13$, faire
 Affecter à X la valeur $X - 13$
 Fin Tant que
Sortie
 Afficher X

EXERCICE 3

Vrai-Faux

3 points

Pour chacune des propositions suivantes indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une justification de la réponse choisie.

- a) **Proposition 1** : Dans la division euclidienne de 1600 par 17, le quotient est 93 et le reste 19.
- b) x est un entier naturel non nul.
Proposition 2 : Si $x^3 \equiv 0 \pmod{9}$ alors $x \equiv 0 \pmod{3}$
- c) **Proposition 3** : $x^2 + x + 3 \equiv 0 \pmod{5}$ si et seulement si $x \equiv 1 \pmod{5}$

EXERCICE 4

ROC

4 points

- 1) Citer le théorème de la compatibilité de la congruence avec l'addition, la multiplication et la puissance.

2) **Pré-requis :** $a \equiv b \pmod{n} \Leftrightarrow a - b \equiv 0 \pmod{n}$

Soit a, b, c et d quatre relatifs tels que : $a \equiv b \pmod{n}$ et $c \equiv d \pmod{n}$.

Montrer que : $a + c \equiv b + d \pmod{n}$

3) **Application :**

Démontrer que pour tout entier naturel n , $2^{n+2} + 3^{2n+1}$ est divisible par 7

EXERCICE 5

Congruence

5 points

1) Démontrer que : $2011^{2011} \equiv 2 \pmod{7}$

2) À l'aide d'un tableau de congruence déterminer les solutions dans \mathbb{Z} de l'équation :

$$x^2 \equiv 2 \pmod{7}$$

3) On pose $A_n = n^5 - n$, $n \in \mathbb{N}^*$

a) Montrer que A_n est pair.

b) Montrer que A_n est divisible par 3

c) En utilisant les congruences modulo 5, démontrer que A_n est divisible par 5.

d) Pourquoi A_n est-il divisible par 30 ?

EXERCICE 6

Le phare des baleines

2 points

A la pointe ouest de l'île de Ré, se situe le grand phare des baleines. L'escalier qui mène au sommet a un nombre de marches compris entre 246 et 260.

Ted et Laure sont deux sportifs. Laure qui est plus jeune monte les marches 4 par 4 et à la fin il lui reste 1 marche. Ted, lui, monte les marches 3 par 3 et à la fin il lui reste 2 marches.

Combien l'escalier compte-t-il de marches ? On expliquera clairement la méthode utilisée.

