CORRIGE – La Merci – Montpellier – M. QUET

Exercice 1 :

1) Les tirages se font « au hasard », on fait donc l'hypothèse d'équiprobabilité, par conséquent, chaque carte a la même probabilité $\frac{1}{32}$ d'être tirée. On a donc :

$$p(\mathrm{X}=10)=p(\text{as de coeur})=\frac{1}{32}$$

$$p(\mathrm{X}=5)=p(\text{as de carreau, as de pique, as de trèfle})=\frac{3}{32}$$

$$p(\mathrm{X}=3)=p(\text{roi, dame ou valet})=\frac{12}{32}$$ →3 figures dans chacune des quatre « couleurs »

$$p(\mathrm{X}=0)=p(\text{dix, neuf, huit ou seot})\ p=\frac{16}{32}$$

On peut définir la loi de probabilité de X :

x_i	0	3	5	10
$p(\mathrm{X}=x_i)$	$\frac{16}{32}$	$\frac{12}{32}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{1}{32}$

On vérifie que la somme des probabilités $p(\mathrm{X}=x_i)$ vaut 1 :

$$\frac{16}{32}+\frac{12}{32}+\frac{3}{32}+\frac{1}{32}=\frac{32}{32}=1$$

2) L'espérance est :

$$\mathrm{E}(\mathrm{X})=0\times\frac{16}{32}+3\times\frac{12}{32}+5\times\frac{3}{32}+10\times\frac{1}{32}=\frac{36}{32}+\frac{15}{32}+\frac{10}{32}=\frac{61}{32}$$

Exercice 2 :

x_i	1	2	3	4	5	6
$p(\mathrm{X}=x_i)$	a	2a	3a	4a	5a	7a

1) La somme des probabilités doit être égale à 1 donc :

$$a+2a+3a+4a+5a+7a=1$$

$$\Leftrightarrow\ 21a=1$$

$$\Leftrightarrow\ a=\frac{1}{21}$$

2) Les faces ont toutes des probabilités différentes d'apparaître : le dé est truqué.

Exercice 3 :

Ici un tableau à deux entrées est nécessaire pour lister toutes les combinaisons possibles :

→en première ligne, les résultats possibles du dé 1

→en première colonne, les résultats possibles du dé 2

Le tableau comptabilise la somme des deux dés.

	1	2	3	4	5	6
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
3	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
4	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
5	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
6	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**

On s'intéresse aux résultats multiples de 6 : soit 6 et 12 → il y en a 6 sur 36.

Probabilité que la porte s'ouvre en utilisant les variables aléatoires :
Soit X la variable aléatoire qui vaut 1 si on obtient un multiple de 6 et qui vaut 0 dans le cas contraire.
On peut définir la loi de probabilité de X :

x_i	0	1
$p(X = x_i)$	$\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$	$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

La probabilité cherchée est l'espérance de X :

$$E(X) = 0 \times \frac{5}{6} + 1 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

Il a une chance sur 6.

Exercice 4 :

Voici le tableau à double entrées demandées :

→en première ligne, les résultats possibles du dé 1

→en première colonne, les résultats possibles du dé 2

Le tableau indique le plus grand des deux dés.

	1	2	3	4	5	6
1	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
2	**2**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
3	**3**	**3**	**3**	**4**	**5**	**6**
4	**4**	**4**	**4**	**4**	**5**	**6**
5	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**6**
6	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**	**6**

La variable aléatoire M peut prendre les valeurs : 1 , 2 , 3 , 4, 5 , 6
Voici la loi de probabilité de M :

x_i	1	2	3	4	5	6
$p(M = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{11}{36}$

On vérifie que $\frac{1}{36} + \frac{3}{36} + \frac{5}{36} + \frac{7}{36} + \frac{9}{36} + \frac{11}{36} = \frac{36}{36} = 1$

2) L'espérance est :

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{36} + 2 \times \frac{1}{36} + 3 \times \frac{5}{36} + 4 \times \frac{7}{36} + 5 \times \frac{9}{36} + 6 \times \frac{11}{36} = \frac{1}{36} + \frac{6}{36} + \frac{15}{36} + \frac{28}{36} + \frac{45}{36} + \frac{66}{36} = \frac{161}{36} \simeq 4,5$$

Exercice 5 :

Au cours d'une fête, le jeu suivant est proposé au public : dans une urne sont placées :

- 2 boules rouges R1 et R2
- 2 boules vertes V1 et V2
- 1 boule blanche B

Ces boules sont indiscernables au toucher.
Le joueur prend une première boule au hasard, puis sans la remettre dans l'urne, il tire une seconde boule.
A la fin de la partie, si la boule blanche a été tirée, le joueur gagne 10 € ; il perd dans les autres cas.
Pour faire une partie, le joueur doit payer 5 €.
On désigne par X la variable aléatoire associée au gain algébrique du joueur à l'issue d'une partie, c'est-à-dire la différence entre le gain éventuel et le prix du jeu.

1) Arbre représentant tous les cas possibles…
2) En tenant compte de la mise de 5€, les valeurs prises par la variable aléatoire X sont 5 et -5.
3) La loi de probabilité de la variable aléatoire X est :

x_i	-5	5
$p\left(X = x_i\right)$	$\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$	$\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

4) Espérance de ce jeu :

$$E\left(X\right) = -5 \times \frac{3}{5} + 5 \times \frac{2}{5} = -3 + 2 = -1$$

En moyene, on perd un euro par partie.