CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – *Montpellier*

EXERCICE 4A.1

Etablir le tableau de signe de chaque polynôme :

$A(x) = 2x^2 - 2x - 24 = 2(x + 3)(x - 4)$

x	$-\infty$		-3		4		$+\infty$
2		+		+		+	
$x + 3$		−	0	+		+	
$x - 4$		−		−	0	+	
$A(x)$		+	0	−	0	+	

$B(x)\ -3x^2 - 15x + 42 = -3(x - 2)(x + 7)$

x	$-\infty$		-7		2		$+\infty$
-3		−		−		−	
$x - 2$		−		−	0	+	
$x + 7$		−	0	+		+	
$B(x)$		−	0	+	0	−	

$C(x) = 10x^2 + 25x - 15 = 5(x + 3)(2x - 1)$

x	$-\infty$		-3		$0,5$		$+\infty$
5		+		+		+	
$x + 3$		−	0	+		+	
$2x - 1$		−		−	0	+	
$C(x)$		+	0	−	0	+	

$D(x) = -30x^2 + 22x + 24 = -2(3x - 4)(5x + 3)$

x	$-\infty$		$-3/5$		$4/3$		$+\infty$
-2		−		−		−	
$3x - 4$		−		−	0	+	
$5x + 3$		−	0	+		+	
$D(x)$		−	0	+	0	−	

$E(x) = -4x^2 + 4x + 2 = -4\left(x - \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$

x	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{3}}{2}$		$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$		$+\infty$
-4		−		−		−	
$\left(x - \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$		−		−	0	+	
$\left(x - \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$		−	0	+		+	
$E(x)$		−	0	+	0	−	

$F(x) = 4x^2 + 8x + 1 = 4\left(x + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(x + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

x	$-\infty$		$-1-\frac{\sqrt{3}}{2}$		$1-\frac{\sqrt{3}}{2}$		$+\infty$
4		+		+		+	
$\left(x + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$		−		−	0	+	
$\left(x + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$		−	0	+		+	
$F(x)$		+	0	−	0	+	

EXERCICE 4A.2

Etablir le tableau de signe de chaque polynôme :

$A(x) = 2(x + 3)^2$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$A(x)$		+		+	

$B(x) = 5(x + 3)(x - 8)$

x	$-\infty$		-3		8		$+\infty$
$B(x)$		+	0	−	0	+	

$C(x) = 3(x + 5)(x - \frac{1}{7})$

x	
$C(x)$	

$D(x) = -(x - \frac{7}{2})(x + \frac{6}{5})$

x	
$D(x)$	

$E(x) = 3(x + 5 + \sqrt{3})(x + 5 - \sqrt{3})$

x	$-\infty$		$-5-\sqrt{3}$		$5-\sqrt{3}$		$-\infty$
$E(x)$		+	0	−	0	+	

$F(x) = -2(x - 3 + \sqrt{5})(x - 3 - \sqrt{5})$

x	$-\infty$		$-3-\sqrt{5}$		$3-\sqrt{5}$		$-\infty$
$F(x)$		−	0	+	0	−	

EXERCICE 4A.3

Déterminer la/les racine/s de chaque polynôme (si c'est possible) puis établir son tableau de signe :

A(x) = $-15x^2 - x + 2$

Discriminant : $\Delta = (-1)^2 - 4\times(-15)\times 2 = 121 = 11^2$ → $\Delta > 0$ donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1-11}{2\times(-15)} = \frac{-10}{30} = \frac{-1}{3} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1+11}{2\times(-15)} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

A(x) est de la forme $ax^2 + bx + c$ avec a < 0 donc :

$$\mathrm{A}(x) < 0 \text{ si } x \in \left]-\infty; -\frac{1}{3}\right[\cup \left]\frac{2}{5}; +\infty\right[$$

$$\mathrm{A}(x) > 0 \text{ si } x \in \left]-\frac{1}{3}; \frac{2}{5}\right[$$

B(x) = $x^2 - 2 = (x+2)(x-2)$ →les racines sont **2** et **−2**

B(x) est de la forme $ax^2 + bx + c$ avec a > 0 donc :

$$\mathrm{B}(x) > 0 \text{ si } x \in]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$$

$$\mathrm{B}(x) < 0 \text{ si } x \in]-2; 2[$$

C(x) = $2x^2 - 5x = x(2x-5)$ →les racines sont **0** et **5/2**

C(x) est de la forme $ax^2 + bx + c$ avec a > 0 donc :

$$\mathrm{C}(x) > 0 \text{ si } x \in]-\infty; 0[\cup \left]\frac{5}{2}; +\infty\right[$$

$$\mathrm{C}(x) < 0 \text{ si } x \in \left]0; \frac{5}{2}\right[$$

D(x) = $3x^2 - 6x + 3 = 3(x^2 - 2x + 1) = 3(x-1)^2$

→quel que soit $x \in \mathbb{R}$: $\mathrm{D}(x) \geq 0$

E(x) = $3x^2 + 6x + 3 = 3(x^2 + 2x + 1) = 3(x+1)^2$

→quel que soit $x \in \mathbb{R}$: $\mathrm{E}(x) \geq 0$

F(x) = $4x^2 + 3x - 1$

Discriminant : $\Delta = 3^2 - 4\times 4\times(-1) = 25 = 5^2$ → $\Delta > 0$ donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3-5}{2\times 4} = -1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+5}{2\times 4} = \frac{1}{4}$$

F(x) est de la forme $ax^2 + bx + c$ avec a > 0 donc :

$$\mathrm{F}(x) > 0 \text{ si } x \in]-\infty; -1[\cup \left]\frac{1}{4}; +\infty\right[$$

$$\mathrm{F}(x) < 0 \text{ si } x \in \left]-1; \frac{1}{4}\right[$$

G(x) = $-3x^2 + x + 5$

Discriminant : $\Delta = 1^2 - 4\times(-3)\times 5 = 61$ → $\Delta > 0$ donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1-\sqrt{61}}{2\times(-3)} = \frac{1+\sqrt{61}}{6} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1+\sqrt{61}}{2\times(-3)} = \frac{1-\sqrt{61}}{6}$$

G(x) est de la forme $ax^2 + bx + c$ avec a < 0 donc :

$$G(x) < 0 \ si \ x \in \left]-\infty ; \frac{1-\sqrt{61}}{6}\right[\cup \left]\frac{1+\sqrt{61}}{6} ; +\infty\right[$$

$$G(x) > 0 \ si \ x \in \left]\frac{1-\sqrt{61}}{6} ; \frac{1+\sqrt{61}}{6}\right[$$

H(x) = $5x^2 - 10x + 2$

Discriminant : $\Delta = (-10)^2 - 4\times5\times2 = 60 = 4\times15$ → $\Delta > 0$ donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10-\sqrt{60}}{2\times5} = \frac{5-\sqrt{15}}{5} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10+\sqrt{60}}{2\times5} = \frac{5+\sqrt{15}}{5}$$

H(x) est de la forme $ax^2 + bx + c$ avec a > 0 donc :

$$H(x) > 0 \ si \ x \in \left]-\infty ; \frac{5-\sqrt{15}}{5}\right[\cup \left]\frac{5+\sqrt{15}}{5} ; +\infty\right[$$

$$H(x) < 0 \ si \ x \in \left]\frac{5-\sqrt{15}}{5} ; \frac{5+\sqrt{15}}{5}\right[$$

I(x) = $5x^2 + 2x - 7 = 5\left(x^2 + \frac{2}{5}x - \frac{7}{5}\right)$

Solution évidente : $x_1 = 1$ → le produit des deux racines doit être égal à $\frac{-7}{5}$ donc $x_2 = \frac{-7}{5}$

I(x) est de la forme $ax^2 + bx + c$ avec a > 0 donc :

$$I(x) > 0 \ si \ x \in \left]-\infty ; \frac{-7}{5}\right[\cup \left]1 ; +\infty\right[$$

$$I(x) < 0 \ si \ x \in \left]\frac{-7}{5} ; 1\right[$$