

# Devoir Surveillé n°7

## Première ES/L

### Les suites

Durée 1 heure - Coeff. 5

Noté sur 20 points

*L'usage de la calculatrice est autorisé.*

#### Exercice 1. Validation des "Savoir Faire"

**9 points**

Les suites  $(a_n)$  et  $(b_n)$  sont définies pour tout entier  $n$  par :

$$(a_n) : \begin{cases} a_0 & = 100 \\ a_{n+1} & = 0,2 \times a_n + 12 \end{cases} \quad \left| \quad (b_n) : \begin{cases} b_0 & \\ b_n & = -a_n + 15 \end{cases}$$

1. Déterminer les trois premiers termes des suites  $(a_n)$  et  $(b_n)$ .
2. Montrer que la suite  $(b_n)$  est géométrique de raison 0,2 et de premier terme  $b_0 = -85$ . En déduire son terme général.
3. Établir le sens de variation de la suite  $(b_n)$ .

4. Démontrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}; a_n = 85 \times (0,2)^n + 15$$

5. [Bonus] Démontrer que la suite  $(a_n)$  est décroissante.

6. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels avec la calculatrice l'inégalité :

$$a_n < 15,004$$

7. Compléter sur cette feuille les lignes incomplètes de cet algorithme afin qu'il affiche le résultat de la question précédente (6.).

<b>Variables :</b>	$n$ est un entier naturel $a$ est un nombre réel
<b>Traitement :</b>	Affecter à $a$ la valeur ..... Affecter à $n$ la valeur ..... Tant que ..... faire   $a$ prend la valeur .....   $n$ prend la valeur ..... Fin Tant que
<b>Sortie :</b>	Afficher .....

**Exercice 2. Une application**

**11 points**

Un apiculteur souhaite étendre son activité de production de miel à une nouvelle région. En juillet 2014, il achète 300 colonies d'abeilles qu'il installe dans cette région.

Après renseignements pris auprès des services spécialisés, il s'attend à perdre 8 % des colonies durant l'hiver. Pour maintenir son activité et la développer, il a prévu d'installer 50 nouvelles colonies chaque printemps.

1. On considère l'algorithme suivant :

<b>Variables :</b>	$n$ est un nombre entier naturel $C$ est un nombre réel
<b>Traitement :</b>	Affecter à $C$ la valeur 300 Affecter à $n$ la valeur 0 Tant que $C < 400$ faire   $C$ prend la valeur $C - C \times 0,08 + 50$   $n$ prend la valeur $n + 1$ Fin Tant que
<b>Sortie :</b>	Afficher $n$

1. a. Compléter sur cette feuille le tableau ci-dessous. Les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche.

<b>Test <math>C &lt; 400</math></b>	× × ×	Vrai	.....	.....	.....	.....
<b>Valeur de <math>C</math></b>	300	.....	.....	.....	.....	.....
<b>Valeur de <math>n</math></b>	0	.....	.....	.....	.....	.....

1. b. Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme ? Interpréter cette valeur dans le contexte de ce problème.

2. On modélise l'évolution du nombre de colonies par une suite  $(C_n)$  le terme  $C_n$  donnant une estimation du nombre de colonies pendant l'année 2014 +  $n$ . Ainsi  $C_0 = 300$  est le nombre de colonies en 2014.

2. a. Exprimer pour tout entier  $n$  le terme  $C_{n+1}$  en fonction de  $C_n$ .

2. b. On considère la suite  $(V_n)$  définie pour tout entier  $n$  par :

$$V_n = 625 - C_n$$

Montrer que pour tout nombre entier  $n$  on a :

$$V_{n+1} = 0,92 \times V_n$$

2. c. En déduire que pour tout entier naturel  $n$ , on a :

$$C_n = 625 - 325 \times 0,92^n$$

2. d. Combien de colonies l'apiculteur peut-il espérer posséder en juillet 2024 ?

3. L'apiculteur espère doubler son nombre initial de colonies. Il voudrait savoir combien d'années il lui faudra pour atteindre cet objectif.

3. a. Comment modifier l'algorithme pour répondre à sa question ?

3. b. Donner une réponse à cette question de l'apiculteur.

∞ Fin du devoir ∞