

Devoir Surveillé n°7

Première ES/L

Les suites

Durée 1 heure - Coeff. 5

Noté sur 20 points

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1. Validation des "Savoir Faire"

9 points

Les suites (a_n) et (b_n) sont définies pour tout entier n par :

$$(a_n) : \begin{cases} a_0 & = 100 \\ a_{n+1} & = 0,2 \times a_n + 12 \end{cases} \quad \left| \quad (b_n) : \begin{cases} b_0 & \\ b_n & = -a_n + 15 \end{cases}$$

- Déterminer les trois premiers termes des suites (a_n) et (b_n) .
- Montrer que la suite (b_n) est géométrique de raison 0,2 et de premier terme $b_0 = -85$. En déduire son terme général.
- Établir le sens de variation de la suite (b_n) .

4. Démontrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}; a_n = 85 \times (0,2)^n + 15$$

5. [Bonus] Démontrer que la suite (a_n) est décroissante.

6. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels avec la calculatrice l'inégalité :

$$a_n < 15,004$$

7. Compléter sur cette feuille les lignes incomplètes de cet algorithme afin qu'il affiche le résultat de la question précédente (6.).

Variables :	n est un entier naturel a est un nombre réel
Traitement :	Affecter à a la valeur Affecter à n la valeur Tant que faire a prend la valeur n prend la valeur Fin Tant que
Sortie :	Afficher

Exercice 2. Une application

11 points

Un apiculteur souhaite étendre son activité de production de miel à une nouvelle région. En juillet 2014, il achète 300 colonies d'abeilles qu'il installe dans cette région.

Après renseignements pris auprès des services spécialisés, il s'attend à perdre 8 % des colonies durant l'hiver. Pour maintenir son activité et la développer, il a prévu d'installer 50 nouvelles colonies chaque printemps.

1. On considère l'algorithme suivant :

Variables : n est un nombre entier naturel
 C est un nombre réel

Traitement : Affecter à C la valeur 300
 Affecter à n la valeur 0
 Tant que $C < 400$ faire
 | C prend la valeur $C - C \times 0,08 + 50$
 | n prend la valeur $n + 1$
 Fin Tant que

Sortie : Afficher n

1. a. Compléter sur cette feuille le tableau ci-dessous. Les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche.

Test $C < 400$	$\times \times \times$	Vrai
Valeur de C	300
Valeur de n	0

1. b. Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme ? Interpréter cette valeur dans le contexte de ce problème.

2. On modélise l'évolution du nombre de colonies par une suite (C_n) le terme C_n donnant une estimation du nombre de colonies pendant l'année 2014 + n . Ainsi $C_0 = 300$ est le nombre de colonies en 2014.

2. a. Exprimer pour tout entier n le terme C_{n+1} en fonction de C_n .

2. b. On considère la suite (V_n) définie pour tout entier n par :

$$V_n = 625 - C_n$$

Montrer que pour tout nombre entier n on a :

$$V_{n+1} = 0,92 \times V_n$$

2. c. En déduire que pour tout entier naturel n , on a :

$$C_n = 625 - 325 \times 0,92^n$$

2. d. Combien de colonies l'apiculteur peut-il espérer posséder en juillet 2024 ?

3. L'apiculteur espère doubler son nombre initial de colonies. Il voudrait savoir combien d'années il lui faudra pour atteindre cet objectif.

3. a. Comment modifier l'algorithme pour répondre à sa question ?

3. b. Donner une réponse à cette question de l'apiculteur.

∞ Fin du devoir ∞