

Devoir Surveillé n°1

Correction

Première ES

Pourcentages

Durée 1 heure - Coeff. 4

Noté sur 20 points

Exercice 1. D'après Bac 2015

3 points

1. Pour tout entier naturel n supérieur à 0, u_n désigne le volume d'eau en m^3 au matin du n -ième jour qui suit le 1^{er} juillet 2013.

1. a. [1 point] Justifier que le volume d'eau u_1 au matin du 2 juillet 2013 est égal à $95\,500 \text{ m}^3$.

Au matin du 2 juillet 2013, la chaleur provoque une évaporation de 4 % du volume total de l'eau donc il reste 96% des $100\,000 \text{ m}^3$ du 1^{er} juillet 2013 auxquels on doit encore enlever 500 m^3 pour l'irrigation des cultures aux alentours.

Le volume d'eau u_1 au matin du 2 juillet 2013 est donc :

$$u_1 = 100\,000 \times 0.96 - 500 = 95\,500 \text{ m}^3$$

1. b. [0.5 point] Déterminer le volume d'eau u_2 , au matin du 3 juillet 2013.

De même, le volume d'eau u_2 au matin du 3 juillet 2013 est donc :

$$u_2 = 95\,500 \times 0.96 - 500 = 91\,180 \text{ m}^3$$

2. [1.5 point] Pour déterminer à quelle date la retenue ne contiendra plus d'eau, on a commencé par élaborer l'algorithme ci-dessous. Compléter sur cette feuille les lignes L6, L7 et L9 de cet algorithme pour qu'il donne le résultat attendu.

L1	Variables :	u est un nombre réel
L2		n est un entier naturel
L3	Traitement :	Affecter à u la valeur 100 000
L4		Affecter à n la valeur 0
L5		Tant que $u > 0$
L6		Affecter à n la valeur $n + 1$
L7		Affecter à u la valeur $0.96 * u - 500$
L8		Fin Tant que
L9	Sortie :	Afficher n

3. [Bonus : 1,5 points] A l'aide de la calculatrice, déterminer à quelle date la retenue ne contiendra plus d'eau. Donner l'année, le volume d'eau correspondant et celui du jour d'avant.

Date	n	u_n
1-juil.-13	0	100 000.00
2-juil.-13	1	95 500.00
3-juil.-13	2	91 180.00
4-juil.-13	3	87 032.80
5-juil.-13	4	83 051.49
6-juil.-13	5	79 229.43
7-juil.-13	6	75 560.25
.....
19-août-13	49	2 720.99
20-août-13	50	2 112.15
21-août-13	51	1 527.67
22-août-13	52	966.56
23-août-13	53	427.90

C'est donc le 24 août 2013 que la retenue ne contiendra plus d'eau, le 23 août 2013 elle contenait environ 428 m^3 .

Exercice 2. Vrai ou faux**5 points**

1. Le prix d'un article diminue de 60 % puis augmente de 60 %.

Proposition 1 : Le prix final est donc identique au prix initial. : FAUX

Le coefficient multiplicateur associé à cette baisse suivie de cette hausse est :

$$k_1 = (1 - 0.6) \times (1 + 0.6) = 0.64$$

Ce qui correspond à une baisse de :

$$t_1\% = k_1 - 1 = -36\%$$

L'affirmation 1 est donc fausse.

2. Le montant d'un loyer de 1 600 euros subit deux évolutions successives : une hausse de 25 % puis une baisse de 15 %.

Proposition 2 : Le nouveau montant du loyer est donc de 1 700 euros.

Le coefficient multiplicateur associé à ces évolutions est :

$$k_2 = (1 + 0.25) \times (1 - 0.15) = 1.0625$$

Le nouveau loyer est donc de :

$$L_2 = 1\,600 \times 1.0625 = 1\,700\text{€}$$

L'affirmation 2 est donc vraie.

Proposition 3 : Le taux d'évolution global est après ces deux évolutions est de +10 %.

Le coefficient multiplicateur associé à ces évolutions est :

$$k_2 = (1 + 0.25) \times (1 - 0.15) = 1.0625$$

Ce qui correspond à un taux d'évolution de :

$$t_3\% = k_2 - 1 = 6,25\%$$

L'affirmation 3 est donc fausse.

3. Début septembre 2014, monsieur Le Boulet place 7 000 euros sur un livret A qui est rémunéré, depuis le 1^{er} août 2014, à 1 % (par an!).

Proposition 4 : Après 10 années de placement, il aura environ 7 732,35 euros sur ce compte.

Le coefficient multiplicateur associé à ces 10 évolutions identiques est :

$$k_4 = (1 + 0.01)^{10}$$

Après 10 années de placement, il aura environ :

$$S = 7\,000\text{€} \times 1.01^{10} \approx 7\,732,35\text{€}$$

L'affirmation 4 est donc vraie.

4. **Proposition 5 : Après une hausse de $t\%$ sur un prix, pour revenir au prix initial il faut effectuer une baisse de $\frac{1}{1+t\%}$**

Contre-exemple : en prenant $t\% = 0\%$, on voit que le taux d'évolution réciproque serait de $\frac{1}{1+t\%} = 1 = 100\%$ ce qui est manifestement faux !

Le taux d'évolution réciproque à une hausse de $t\%$ est :

$$t_5\% = \frac{1}{1+t\%} - 1$$

L'affirmation 5 est donc fausse.

Exercice 3. Une histoire de TVA**8 points**

En France, la dernière modification de taux de TVA est intervenue au 1er janvier 2014, conformément à l'article 68 de la loi n° 2012-1510 du 29 décembre 2012 :

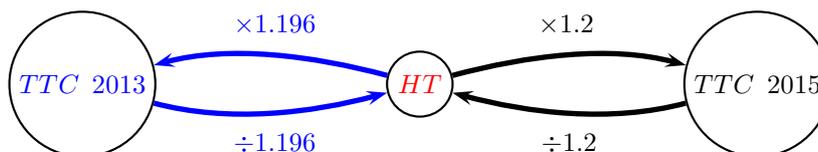
- le taux normal est passé de 19,6% à 20 %.
- le taux intermédiaire est passé de 7 % à 10 %.

On considère 2 produits A et B vendus chacun en 2015 au prix TTC de 200 euros.

Le produit A a été soumis au taux normal (c'est à dire une TVA à 20%) et le produit B (du bois de chauffage par exemple) a été soumis à une TVA à taux intermédiaire de 10%.

1. [2 points] Déterminer les prix TTC de chacun de ces produits en 2013.

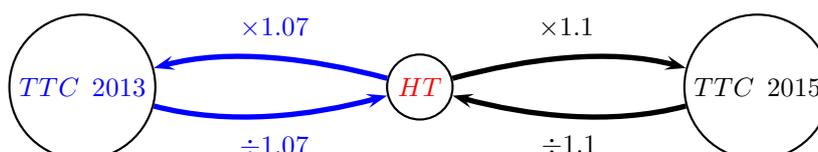
- Pour le produit A : la TVA en 2015 est de 20% donc le coefficient multiplicateur associé est 1.2 et celle en 2013 est de 19.6% avec un coefficient associé de 1.196 soit :



Le prix TTC de l'objet A en 2013 est donc arrondi au centime d'euro :

$$P_A = 200\text{€} \div 1.2 \times 1.196 \approx 199.33\text{€}$$

- Pour le produit B : la TVA en 2015 est de 10% donc le coefficient multiplicateur associé est 1.1 et celle en 2013 est de 7% avec un coefficient associé de 1.07 soit :



Le prix TTC de l'objet B en 2013 est donc arrondi au centime d'euro :

$$P_B = 200\text{€} \div 1.1 \times 1.07 \approx 194.55\text{€}$$

2. [2 points] Déterminer, pour un produit quelconque de type A, le taux d'évolution entre le prix TTC de 2013 et le prix TTC de 2015. Faire de même pour un produit quelconque de type B. (On arrondira les taux au millième de pour-cent).

- Pour le produit A : le coefficient multiplicateur permettant de passer du prix TTC 2013 au prix TTC 2015 est :

$$k_A = \frac{1}{1.196} \times 1.2 = \frac{1.2}{1.196}$$

Ce qui correspond à une hausse de :

$$t_A\% = k_A - 1 = \frac{1.2}{1.196} - 1 \approx 0.334\%$$

- Pour le produit B : le coefficient multiplicateur permettant de passer du prix TTC 2013 au prix TTC 2015 est :

$$k_B = \frac{1}{1.07} \times 1.1 = \frac{1.1}{1.07}$$

Ce qui correspond à une hausse de :

$$t_B\% = k_B - 1 = \frac{1.1}{1.07} - 1 \approx 2.804\%$$

3. [2 points] Calculer, pour un produit quelconque de type A, le taux d'évolution entre le prix TTC de 2015 et le prix TTC de 2013. Faire de même pour un produit quelconque de type B.

- Pour le produit A : le coefficient multiplicateur permettant de passer du prix TTC 2015 au prix TTC 2013 est :

$$k'_A = \frac{1}{k_A} = \frac{1.196}{1.2}$$

Donc le taux correspondant est :

$$t'_A\% = \frac{1}{k_A} - 1 = \frac{1.196}{1.2} - 1 \approx -0.333\%$$

- Pour le produit B : le coefficient multiplicateur permettant de passer du prix TTC 2015 au prix TTC 2013 est :

$$k'_B = \frac{1}{k_B} = \frac{1.07}{1.1}$$

Ce qui correspond à une hausse de :

$$t'_B\% = k'_B - 1 = \frac{1.07}{1.1} - 1 \approx -2.727\%$$

4. [1 point] Déterminer le prix TTC en 2015 d'un article vendu 2 500 euros en 2013 avec une TVA à 19,6%.

En utilisant la question 2. on a directement le prix en 2015 :

$$2\,500\text{€} \times \frac{1.2}{1.196} \approx 2\,508,36\text{€}$$

5. [1 point] Déterminer le prix TTC en 2013 d'un article vendu 3 500 euros en 2015 avec une TVA à 10%.

En utilisant la question 3. on a directement le prix en 2013 :

$$3\,500\text{€} \times \frac{1.07}{1.1} \approx 3\,404,55\text{€}$$

Exercice 4. Une histoire d'indice**4 points**

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du cours du pétrole brut de 2008 à Août 2015. Les moyennes annuelles sont les moyennes des moyennes mensuelles.

Les cours, calculés en dollars, sont arrondis à l'unité et les indices et taux au dixième.

Année	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015*
Cours en \$	$C_8 = \$97$	\$61	\$79	\$111	\$112	\$109	\$99	$C_{15} = \$56$
Indice base 100 en 2009	$I_8 = 159.0$	100.0	$I_{10} = 129.5$	$I_{11} = 182$	183.6	178.7	162.3	$I_{15} = 91.9$
Taux en %	×	-37.1%	29.5%	$t_{11} = 40.5\%$	0.9%	-2.7%	-9.2%	-43.4%

Source : <http://www.developpement-durable.gouv.fr/Historique-du-cours-du-Brent-date.html>

1. [1 point] On considère l'indice base 100 en 2009. Calculer les indices I_{10} en 2010 et I_{11} en 2011, en détaillant les calculs puis compléter le tableau (arrondir au dixième).

L'indice base 100 en 2009 et le cours sont proportionnels donc :

$$I_{10} = \frac{100 \times 79}{61} \approx 129.5 \quad \text{et} \quad I_{11} = \frac{100 \times 111}{61} \approx 182$$

2. [0.5 point] Calculer les taux d'évolution t_{11} de 2010 à 2011, en détaillant les calculs puis compléter le tableau (arrondir au dixième).

$$t_{11} = \frac{111 - 79}{79} \approx 40,5\%$$

3. [1.5 points] De 2008 à 2009, le cours du dollars a subi une baisse d'environ 37,1 %. Calculer l'indice et le cours en 2008.

Le taux d'évolution réciproque et le coefficient multiplicateur correspondant à une baisse de 37,1% sont :

$$t\% = \frac{1}{1 - 37,1\%} - 1 \Rightarrow k = \frac{1}{1 - 37,1\%}$$

Le cours et l'indice en 2008 sont donc de :

$$I_8 = \frac{1}{1 - 37,1\%} \times 100 \approx 159 \quad \text{et} \quad C_8 = \frac{1}{1 - 37,1\%} \times 61 \approx 97\$$$

4. [1 point] Calculer l'indice I_{15} et le cours C_{15} en 2015 sachant que le cours a subi une baisse de 43,4% de 2014 à 2015.

Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 43,4% est :

$$k = 1 - 43,4\%$$

Donc l'indice I_{15} et le cours C_{15} en 2015 sont :

$$I_{15} = (1 - 43,4\%) \times 162.3 \approx 91.9 \quad \text{et} \quad C_{15} = (1 - 43,4\%) \times 99 \approx 56\$$$

- Fin du devoir -