Exercice 01

1°) a) La suite (u_n) est définie par $u_0 = 10\,000$ et pour tout entier n : $u_{n+1} = 2 \times u_n$

on a $u_1 = 2 \times u_0 = 2 \times 10\,000$ donc $u_1 = 20\,000$

$u_2 = 2 \times u_1 = 2 \times 20\,000$ donc $u_2 = 40\,000$

$u_3 = 2 \times u_2 = 2 \times 40\,000$ donc $u_3 = 80\,000$

La valeur $u_0 = 10\,000$ correspond au nombre de transistors dans un microprocesseur en 1975 et la 2ème loi de Moore affirme que ce nombre de transistors double tous les deux ans.

Donc u_1 ; u_2 et u_3 correspondent respectivement au nombre de transistors dans un microprocesseur en 1977 ; 1979 et 1981.

b) Pour tout entier n on a $u_{n+1} = 2 \times u_n$ donc la suite (u_n) est géométrique de raison 2.

On en déduit que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n = u_0 \times 2^n$ c'est-à-dire $u_n = 10\,000 \times 2^n$

c) D'après la 2ème loi de Moore le nombre de transistors en 1989 correspond à u_7 (car il y a 14 années entre 1975 et 1989)

On a $u_7 = 10\,000 \times 2^7 = 10\,000 \times 128 = 1\,280\,000$

La valeur de 1,16 million de transistors pour le microprocesseur 80486 d'Intel en 1989 est assez proche de la conjecture obtenue avec la 2ème loi de Moore.

2°) a) On sait que $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

Si le nombre de transistors double tous les deux ans, alors tous les ans il est multiplié par $\sqrt{2}$.

Sachant que $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ on peut dire que chaque année le nombre de transistors augmente de 41 %.

b) La suite (v_n) est définie par $v_0 = 10\,000$ et pour tout entier n : $v_{n+1} = \sqrt{2} \times v_n$

on a $v_1 = \sqrt{2} \times v_0 = \sqrt{2} \times 10\,000$ donc $v_1 = 14\,142$

on a $v_2 = \sqrt{2} \times v_1 = \sqrt{2} \times 14\,142$ donc $v_2 = 20\,000$

on a $v_3 = \sqrt{2} \times v_2 = \sqrt{2} \times 20\,000$ donc $v_3 = 28\,284$

on a $v_4 = \sqrt{2} \times v_3 = \sqrt{2} \times 28\,284$ donc $v_4 = 40\,000$

D'après la 2ème loi de Moore le nombre de transistors est multiplié par $\sqrt{2}$ tous les ans, donc v_1 ; v_2 ; v_3 et v_4 correspondent respectivement au nombre de transistors dans un microprocesseur en 1976 ; 1977 ; 1978 et 1979.

c) D'après la calculatrice on a $\sqrt{2} \approx 1{,}414$ et $2^{\frac{1}{2}} \approx 1{,}414$

On obtient aussi $\sqrt{2} - 2^{\frac{1}{2}} \approx 0$

On peut penser que $\sqrt{2}$ et $2^{\frac{1}{2}}$ représentent le même nombre.

d) Pour tout entier n on a $v_{n+1} = \sqrt{2} \times v_n$ donc la suite (v_n) est géométrique de raison $\sqrt{2}$.

On en déduit que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_n = v_0 \times (\sqrt{2})^n = v_0 \times \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^n$ c'est-à-dire $v_n = 10\,000 \times \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^n$

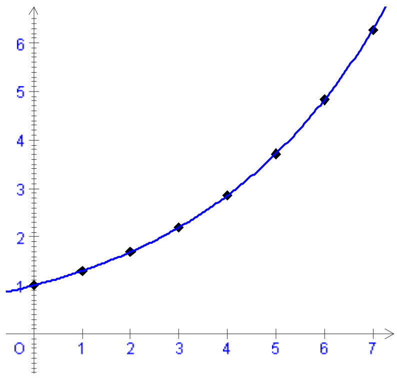
On a $2000 = 1975 + 25$

Avec la 2ème loi de Moore le nombre de transistors dans un microprocesseur en 2000 peut s'exprimer sous la forme $v_{25} = 10\,000 \times \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{25}$ et on a $10\,000 \times \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{25} \approx 57\,926\,188$

Exercice 02

1°) La suite (u_n) est telle que $u_{n+1} = 1{,}3 \times u_n$ pour tout entier n ; c'est donc une suite géométrique de raison 1,3.

Pour tout entier n on a alors $u_n = u_0 \times 1{,}3^n$ et sachant que $u_0 = 1$ on obtient $u_n = 1{,}3^n$ pour tout entier n.



2°) On trace sur le dessin la courbe d'une fonction continue reliant tous les points de coordonnées $(n\ ;\ u_n)$.

3°) On obtient ci-dessous la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = 1{,}3^x$ obtenue avec une calculatrice.

Cette représentation semble correspondre au graphique de la question précédente.

Exercice 04

Soit q un réel strictement positif.

1°) Soit x un réel.

On peut écrire $q^x \times q^{-x} = q^{x+(-x)} = q^0$ donc $q^x \times q^{-x} = 1$

On en déduit que $q^{-x} = \dfrac{1}{q^x}$

2°) Soient x et y deux réels,

$q^{x-y} = q^{x+(-y)} = q^x \times q^{-y}$

Or d'après la question précédente on a $q^{-y} = \dfrac{1}{q^y}$

Donc $q^{x-y} = q^x \times \dfrac{1}{q^y}$ donc $q^{x-y} = \dfrac{q^x}{q^y}$

Exercice 05

On peut écrire :

$2^{\pi} \times 4 = 2^{\pi} \times 2^2$ donc $2^{\pi} \times 4 = 2^{\pi + 2}$

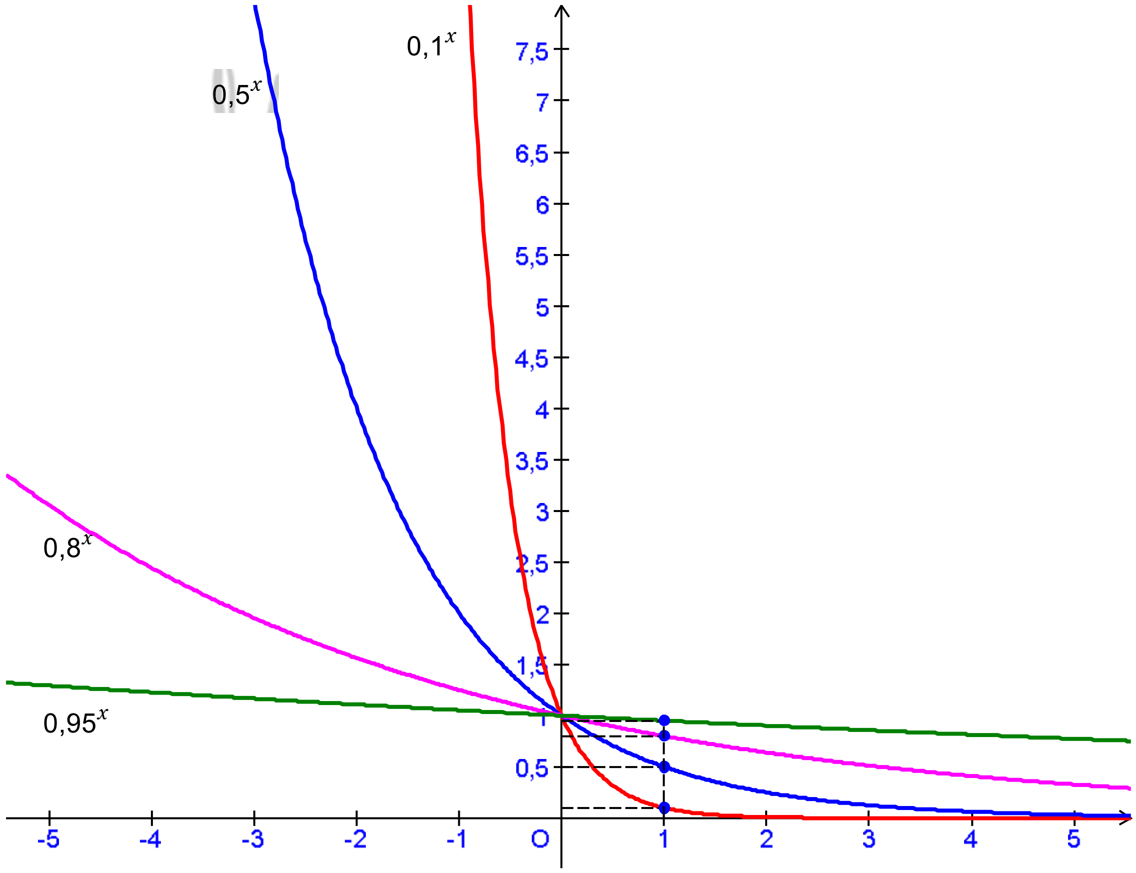
$5^{2,5} \times 5^{-1,5} = 5^{2,5 - 1,5} = 5^1$ donc $5^{2,5} \times 5^{-1,5} = 5$

$\dfrac{7^{\frac{3}{2}}}{7} = \dfrac{7^{\frac{3}{2}}}{7^1} = 7^{\frac{3}{2} - 1}$ donc $\dfrac{7^{\frac{3}{2}}}{7} = 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$

$\dfrac{3^{14}}{27} = \dfrac{3^{14}}{3 \times 3 \times 3} = \dfrac{3^{14}}{3^3} = 3^{14-3}$ donc $\dfrac{3^{14}}{27} = 3^{11}$

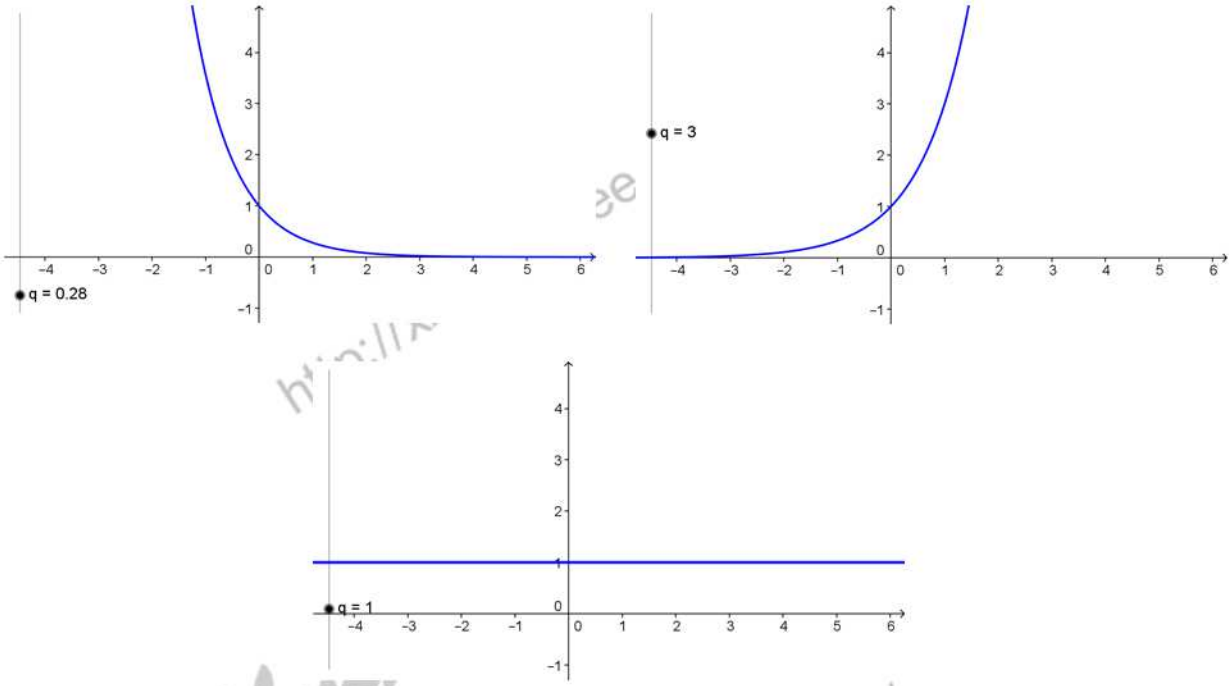
$\dfrac{2^7 \times 5^{12}}{100} = \dfrac{2^7 \times 5^{12}}{10 \times 10} = \dfrac{2^7 \times 5^{12}}{2 \times 5 \times 2 \times 5} = \dfrac{2^7 \times 5^{12}}{2^2 \times 5^2} = 2^{7-2} \times 5^{12-2}$ donc $\dfrac{2^7 \times 5^{12}}{100} = 2^5 \times 5^{10}$

Exercice 07



Exercice 08

1°) On peut vérifier, avec GeoGebra les différentes allures des courbes :



2°) On peut vérifier que toutes les courbes passent par le point A de coordonnées (0 ; 1).
Ceci est justifié par le fait que, pour tout réel q strictement positif, on a $q^0 = 1$.

3°) La droite D a pour coefficient directeur 1 ; comme elle passe par A(0 ; 1) son ordonnée à l'origine est 1.
Donc D a pour équation $y = x + 1$.

4°) On trace D sur le graphique. En faisant varier q, on peut voir que la droite D est tangente à la courbe lorsque q est approximativement égal à 2,7 . Un zoom sur le point A permet de le vérifier.

Exercice 10

- $e^{x} \times e^{3x} = e^{x+3x}$ donc $e^{x} \times e^{3x} = e^{4x}$
- $\dfrac{e^{2x}}{e^{x}} = e^{2x-x}$ donc $\dfrac{e^{2x}}{e^{x}} = e^{x}$ (On pourrait aussi écrire $\dfrac{e^{2x}}{e^{x}} = \dfrac{(e^{x})^2}{e^{x}} = e^{x}$)
- $(e^{x}+1)(e^{x}-1) = (e^{x})^2 - 1^2$ donc $(e^{x}+1)(e^{x}-1) = e^{2x} - 1$
- $(e^{x+1})(e^{x-1}) = e^{x+1+x-1}$ donc $(e^{x+1})(e^{x-1}) = e^{2x}$
- $\dfrac{e^{2x}-1}{e^{x}+1} = \dfrac{(e^{x})^2-1}{e^{x}+1} = \dfrac{(e^{x}+1)(e^{x}-1)}{e^{x}+1}$ donc $\dfrac{e^{2x}-1}{e^{x}+1} = e^{x} - 1$

Exercice 12

Pour tout réel x, on peut écrire :

$$\begin{aligned}\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)^2-\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2 &= \frac{(e^x+e^{-x})^2}{4}-\frac{(e^x-e^{-x})^2}{4}\\ &= \frac{(e^x)^2+2\,e^x \times e^{-x}+(e^{-x})^2}{4}-\frac{(e^x)^2-2\,e^x \times e^{-x}+(e^{-x})^2}{4}\\ &= \frac{e^{2x}+2\,e^0+e^{-2x}}{4}-\frac{e^{2x}-2\,e^0+e^{-2x}}{4}\\ &= \frac{e^{2x}+2+e^{-2x}-e^{2x}+2-e^{-2x}}{4}\\ &= \frac{4}{4}\end{aligned}$$

Donc $\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)^2-\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2=1$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Exercice 15

1°) $f(x) = x\,e^x$ donc $f'(x) = 1 \times e^x + x \times e^x$ donc $f'(x) = (1 + x)\,e^x$

On sait que $e^x > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. Donc $f'(x)$ est du signe de $1 + x$.

On a donc :

$f'(x) > 0$ lorsque $x \in]-1 ; +\infty[$; $f'(x) < 0$ lorsque $x \in]-\infty ; -1[$ et $f'(x) = 0$ pour $x = -1$

2°) On obtient alors le tableau de variations de f pour $x \in \left[-5 ; \frac{3}{2}\right]$:

$f(-5) = -5e^{-5}$ avec $-5e^{-5} \approx -0{,}03$

$f(-1) = (-1) \times e^{-1} = -\frac{1}{e}$ avec $-\frac{1}{e} \approx -0{,}37$

$f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}e^{\frac{3}{2}}$ avec $\frac{3}{2}e^{\frac{3}{2}} \approx 6{,}72$

x	-5		-1		$\frac{3}{2}$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	$-5e^{-5}$	↘	$-\frac{1}{e}$	↗	$\frac{3}{2}e^{\frac{3}{2}}$

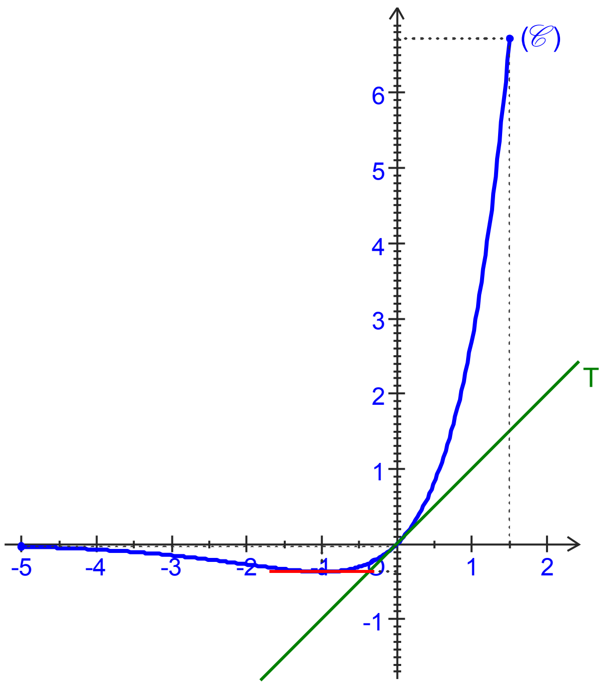
3°) La tangente T à $(\mathscr{C})$ en son point d'abscisse 0 a pour équation $y = f'(0)\,(x - 0) + f(0)$

On a $f'(0) = (1 + 0)\,e^0 = 1$ et $f(0) = 0 \times e^0 = 0$

Donc T a pour équation $y = x$.

4°) On trace $(\mathscr{C})$ pour $x \in \left[-5 ; \frac{3}{2}\right]$.

On trace la tangente T au point d'abscisse 0 et la tangente à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse -1 qui est parallèle à l'axe (Ox).



Exercice 17

1°) f est définie sur IR par $f(x) = e^{2x} = (e^x)^2 = e^x \times e^x$

En utilisant la dérivée d'un produit, $(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$, on obtient :

$f'(x) = e^x \times e^x + e^x \times e^x = e^{2x} + e^{2x}$ donc $f'(x) = 2e^{2x}$ pour tout $x \in$ IR.

2°) g est définie sur IR par $g(x) = e^{3x} = e^x \times e^{2x}$

En utilisant la dérivée d'un produit et le résultat de la question précédente, on obtient :

$g'(x) = e^x \times e^{2x} + e^x \times 2e^{2x} = e^{3x} + 2e^{3x}$ donc $g'(x) = 3e^{3x}$ pour tout $x \in$ IR.

3°) h est définie sur IR par $h(x) = e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$

En utilisant la dérivée de l'inverse, $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$, on obtient :

$h'(x) = -\dfrac{e^x}{(e^x)^2} = -\dfrac{1}{e^x}$ donc $h'(x) = -e^{-x}$ pour tout $x \in$ IR.

Exercice 19

- $f(x) = xe^{-x}$
  $f'(x) = 1 \times e^{-x} + x \times (-e^{-x}) = e^{-x} - xe^{-x}$ donc $f'(x) = (1-x)e^{-x}$

- $f(x) = (2x+1)e^{2x}$
  $f'(x) = 2 \times e^{2x} + (2x+1) \times 2e^{2x} = (2 + 4x + 2)e^{2x}$ donc $f'(x) = (4x+4)e^{2x} = 4(x+1)e^{2x}$

- $f(x) = e^{-x}(1-x) + 1$
  $f'(x) = (-e^{-x}) \times (1-x) + (e^{-x}) \times (-1) + 0 = e^{-x}(-1 + x - 1)$ donc $f'(x) = (x-2)\,e^{-x}$

- $f(x) = \dfrac{2}{8+e^{-x}} = 2 \times \dfrac{1}{8+e^{-x}}$
  On sait que $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$
  $f'(x) = 2 \times -\left(\dfrac{-e^{-x}}{(8+e^{-x})^2}\right)$ donc $f'(x) = \dfrac{2e^{-x}}{(8+e^{-x})^2}$

Exercice 20

1°) f est définie sur IR par : $f(x) = e^{-\frac{x}{2}}$

f est de la forme e^u avec $u(x) = -\frac{x}{2}$ et par conséquent $u'(x) = -\frac{1}{2}$

On a alors $f'(x) = u'(x) \times e^{u(x)}$ donc $f'(x) = -\frac{1}{2} e^{-\frac{x}{2}}$

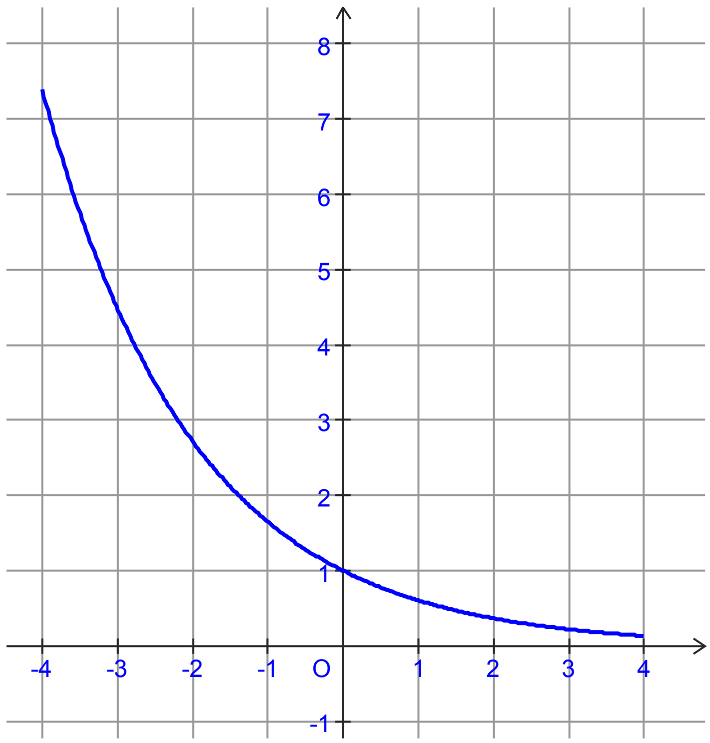
On sait que la fonction exponentielle est strictement positive sur IR ; on a donc $e^{-\frac{x}{2}} > 0$ pour tout $x \in$ IR
On en déduit que $f'(x) < 0$ pour tout $x \in$ IR.

2°) On peut donner le tableau de variations de f sur l'intervalle $[-4\ ;\ 4]$:

$f(-4) = e^2$ avec $e^2 \approx 7{,}39$
$f(4) = e^{-2}$ avec $e^{-2} \approx 0{,}14$

x	-4		4
$f'(x)$		$-$	
f	e^2	$\searrow$	e^{-2}

3°) On trace la courbe $(\mathscr{C})$ représentative de f pour $x \in [-4\ ;\ 4]$.



Exercice 21

1°) f est définie sur IR par : $f(x) = e^{-2x^2}$

f est de la forme e^u avec $u(x) = -2x^2$ et par conséquent $u'(x) = -4x$

On a alors $f'(x) = u'(x) \times e^{u(x)}$ donc $f'(x) = -4x\, e^{-2x^2}$

On sait que la fonction exponentielle est strictement positive sur IR ; on a donc $e^{-2x^2} > 0$ pour tout $x \in$ IR

On en déduit que $f'(x)$ est du signe de $-4x$.

On a donc $f'(x) > 0$ pour tout $x \in]-\infty ; 0[$; $f'(x) < 0$ pour tout $x \in]0 ; +\infty[$ et $f'(x) = 0$ pour $x = 0$.

On peut donner le tableau de variations de f sur l'intervalle $[-5 ; 5]$:

$f(-5) = e^{-50}$ avec $e^{-50} \approx 2 \times 10^{-22}$

$f(0) = e^0 = 1$

et $f(5) = e^{-50}$

x	-5		0		5
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	e^{-50}	$\nearrow$	1	$\searrow$	e^{-50}

2°) Pour tout réel x on a $f(-x) = e^{-2(-x)^2} = e^{-2x^2}$ donc $f(-x) = f(x)$ pour tout $x \in$ IR.

Si M$(x ; y) \in (\mathscr{C})$ on a $y = f(x)$ donc $y = f(-x)$ donc M$'(-x ; y) \in (\mathscr{C})$

Si M$(x ; y)$ est sur la courbe $(\mathscr{C})$, alors M$'(-x ; y)$ est aussi sur la courbe $(\mathscr{C})$.

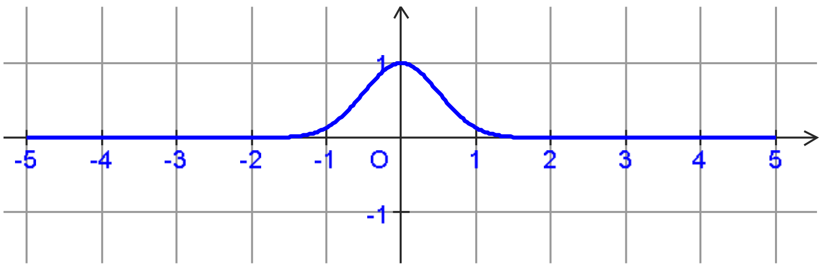
Les points M$(x ; y)$ et M$'(-x ; y)$ ont la même ordonnée et des abscisses opposées, ils sont donc symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.

On en déduit que $(\mathscr{C})$ a pour axe de symétrie l'axe des ordonnées.

3°) On complète le tableau de valeurs ci-dessous :

x	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5	10
$f(x)$	1	0,607	0,136	0,011	3×10^{-4}	2×10^{-8}	1×10^{-14}	2×10^{-22}	1×10^{-87}

4°) On trace la courbe $(\mathscr{C})$ représentative de f pour $x \in [-5 ; 5]$.



On a $f'(x) = -4x\, e^{-2x^2}$ donc $f'(0) = 0$

Donc la tangente à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0 est parallèle à l'axe (Ox).

Exercice 23

1°) f est définie pour $x \in [-3\ ;\ 3]$ par : $f(x) = e^{2x} - 2x$

On a donc $f'(x) = 2e^{2x} - 2$ c'est-à-dire $f'(x) = 2(e^{2x} - 1)$ pour tout $x \in [-3\ ;\ 3]$.

On a : $e^{2x} - 1 < 0 \Leftrightarrow e^{2x} < 1 \Leftrightarrow 2x < 0 \Leftrightarrow x < 0$

De même : $e^{2x} - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 0$ et $e^{2x} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

On en déduit que :

$f'(x) < 0$ pour $x \in [-3\,;0[$; $f'(x) > 0$ pour $x \in]0\,;3]$ et $f'(x) = 0$ pour $x = 0$

2°) On en déduit le tableau de variations de f :

On a $f(-3) = e^{-6} + 6$ avec $e^{-6} + 6 \approx 6$

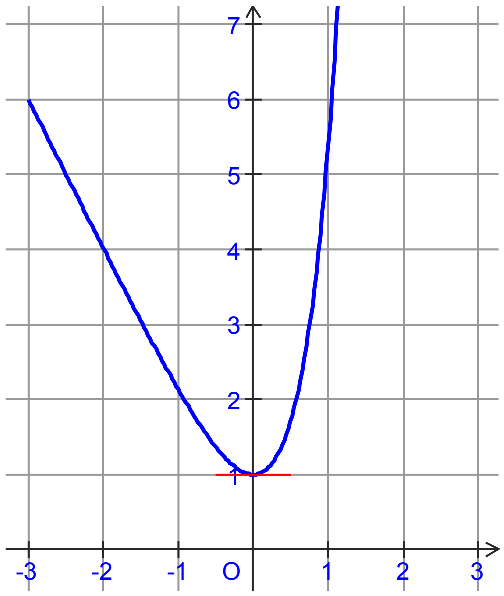
$f(0) = e^{0} - 0 = 1$

$f(3) = e^{6} - 6$ avec $e^{6} - 6 \approx 397{,}43$

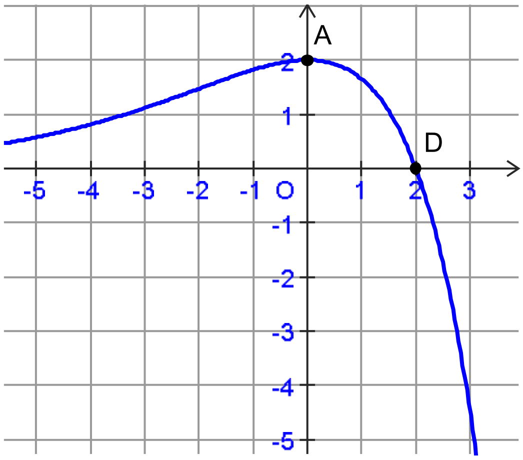
x	-3		0		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	$e^{-6}+6$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$e^{6}-6$

3°) On trace la courbe $(\mathscr{C})$ représentative de f.

La courbe a, en son point d'abscisse 0, une tangente parallèle à l'axe (Ox).



Exercice 24



1°) Le point D(2 ; 0) appartient à la courbe $\mathscr{C}$ donc $f(2) = 0$.
La tangente à $\mathscr{C}$ en A(0 ; 2) est parallèle à l'axe des abscisses donc $f'(0) = 0$.

2°) $f(x) = (b - x)e^{ax}$
En prenant $u(x) = b - x$ et $v(x) = e^{ax}$ on a $u'(x) = -1$ et $v'(x) = ae^{ax}$
En utilisant la dérivée d'un produit, $(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$, on obtient :
$f'(x) = -1 \times e^{ax} + (b - x) \times ae^{ax} = (-1 + ab - ax)e^{ax}$
Donc $f'(x) = (-ax + ab - 1)e^{ax}$.

3°) On sait que $f(2) = 0$ donc $(b - 2)e^{2a} = 0$ donc $b - 2 = 0$ (car $e^{2a} \neq 0$)
On sait que $f'(0) = 0$ donc $(ab - 1)e^{0} = 0$ donc $ab - 1 = 0$ (car $e^{0} = 1$)
On en déduit que a et b sont solutions du système $\begin{cases} b - 2 = 0 \\ ab - 1 = 0 \end{cases}$

4°) $\begin{cases} b - 2 = 0 \\ ab - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ ab - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ 2a - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ 2a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

On a donc $a = \dfrac{1}{2}$; $b = 2$ et par conséquent $f(x) = (2 - x)e^{\frac{1}{2}x}$.

Exercice 26

1°) a) $f(x)=(ax+b)e^{-\frac{x}{3}}+3$ pour $x\in[0\,;+\infty[$

donc $f'(x)=ae^{-\frac{x}{3}}+(ax+b)\times\left(-\frac{1}{3}e^{-\frac{x}{3}}\right)=\left(a-\frac{1}{3}ax-\frac{1}{3}b\right)e^{-\frac{x}{3}}$

donc : $f'(x)=\left(-\frac{1}{3}ax+a-\frac{1}{3}b\right)e^{-\frac{x}{3}}$ pour x appartenant à $[0\,;+\infty[$.

b) D'après les données de l'énoncé, on sait que la courbe $\mathscr{C}$ passe par A(0 ; 2).
Donc $f(0)=2$ c'est-à-dire $be^0+3=2$ donc $b=2-3$ donc $b=-1$.
De plus f a un maximum au point d'abscisse 4, donc $f'(4)=0$.

Donc $\left(-\frac{4}{3}a+a-\frac{1}{3}b\right)e^{-\frac{4}{3}}=0$ donc $\left(-\frac{1}{3}a-\frac{1}{3}b\right)e^{-\frac{4}{3}}=0$ donc $-\frac{1}{3}a-\frac{1}{3}b=0$ car $e^{-\frac{4}{3}}\neq 0$

On en déduit que : $-\frac{1}{3}(a+b)=0$ donc $a=-b$ donc $a=1$.

On a donc : $a=1$ et $b=-1$.

2°) $f(x)=(x-1)e^{-\frac{x}{3}}+3$ c'est-à-dire $f(x)=(ax+b)e^{-\frac{x}{3}}+3$ avec $a=1$ et $b=-1$
En utilisant la première question on obtient :

$$f'(x)=\left(-\frac{1}{3}ax+a-\frac{1}{3}b\right)e^{-\frac{x}{3}}=\left(-\frac{1}{3}x+1+\frac{1}{3}\right)e^{-\frac{x}{3}}=\left(-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}\right)e^{-\frac{x}{3}}.$$

Donc $f'(x)=\left(\frac{-x+4}{3}\right)e^{-\frac{x}{3}}$

Comme la fonction exponentielle est strictement positive, $f'(x)$ est du signe de $-x+4$.
Donc $f'(x)<0 \Leftrightarrow -x+4<0 \Leftrightarrow 4<x \Leftrightarrow x>4$
et de même $f'(x)>0 \Leftrightarrow x<4$.
On en déduit que f est strictement croissante sur $[0\,;4]$ et strictement décroissante sur $[4\,;+\infty[$.
On peut donner le tableau de variations de f sur $[0\,;9]$:

On sait que $f(0)=2$

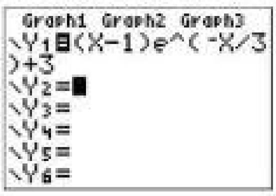
on a $f(4)=3\,e^{-\frac{4}{3}}+3$ donc $f(4)\approx 3{,}79$

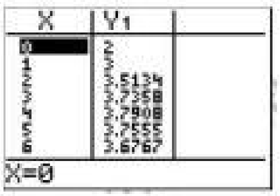
et $f(9)=8\,e^{-3}+3$ donc $f(9)\approx 3{,}40$

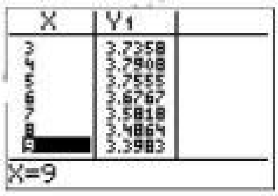
x	0		4		9
$f'(x)$		+	0	–	
f	2	↗	$f(4)$	↘	$f(9)$

3°) a) La calculatrice permet de compléter le tableau :

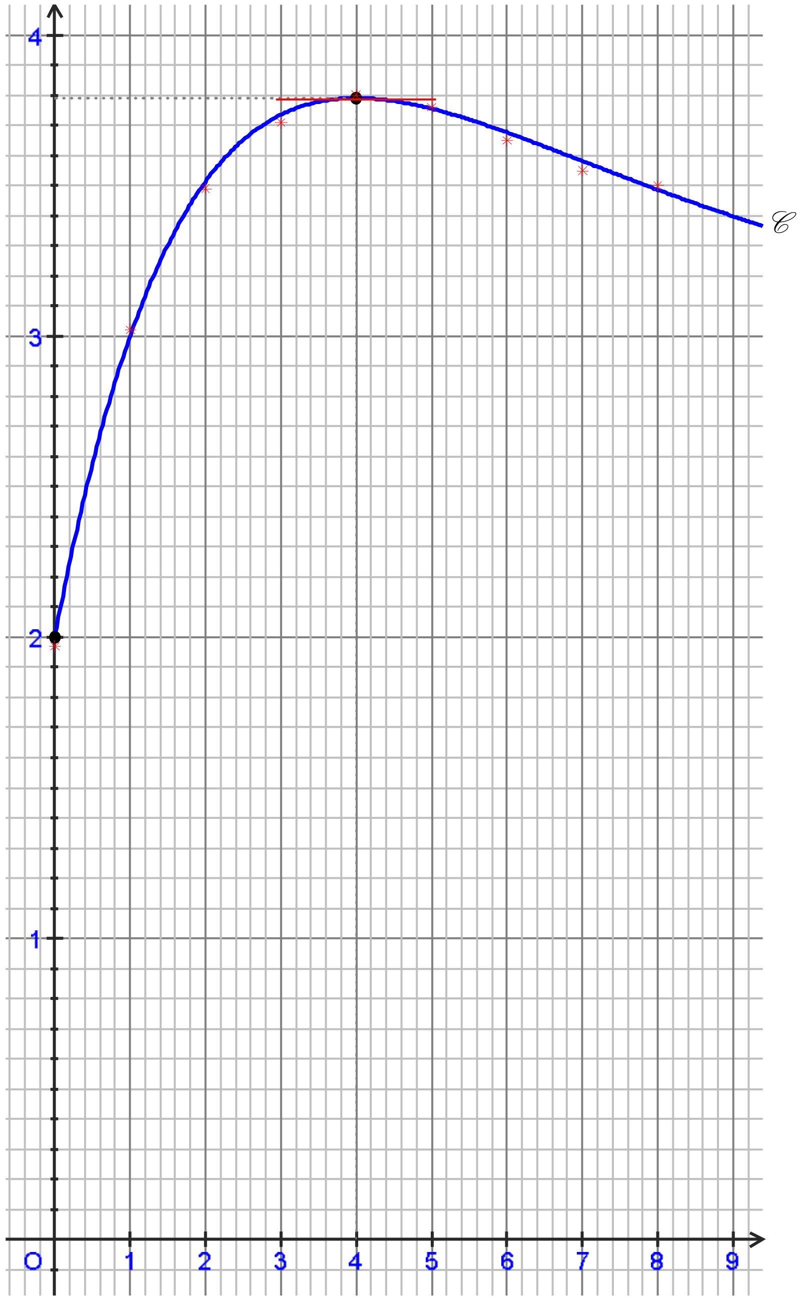
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f(x)$	2	3	3,51	3,74	3,79	3,76	3,68	3,58	3,49	3,40







b) On trace la courbe ($\mathscr{C}$)



4°) a) On place sur le dessin précédent les points M_i (x_i ; y_i) du nuage.

b) On constate, à partir du tableau de valeurs obtenu au 3°)a) que, pour chaque point, la différence entre y_i et $f(x_i)$ est comprise entre $-0{,}1$ et $0{,}1$.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y_i	1,97	3,02	3,49	3,71	3,80	3,76	3,65	3,55	3,50
$f(x_i)$	2	3	3,51	3,74	3,79	3,76	3,68	3,58	3,49
$y_i - f(x_i)$	−0,03	0,02	−0,02	−0,03	0,01	0,00	−0,03	−0,03	0,01

Donc : La fonction f est acceptable.

c) On sait que $f(x) = (x-1)e^{-\frac{x}{3}} + 3$

Pour tout $x \in [1\,;+\infty[$, on a $(x-1) \geqslant 0$ et $e^{-\frac{x}{3}} > 0$ donc $(x-1)e^{-\frac{x}{3}} \geqslant 0$ donc $f(x) \geqslant 3$.
Si l'évolution des dépenses se poursuit selon ce modèle, la facture de téléphone restera toujours supérieure à 3 000 euros .
Donc : L'affirmation du responsable financier est fausse.