Primitives élémentaires
Règles d'intégration

1 Existence de primitives

Théorème 1 Théorème fondamental

- Soit une fonction f continue et positive sur $[a;b]$.

  $F(x) = \displaystyle\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ est dérivable sur $[a;b]$ et $F' = f$
- Toute fonction continue sur un intervalle I admet des primitives sur I

2 Primitives de fonction élémentaires

Fonction	Primitive	Intervalle
$f(x) = a$	$F(x) = ax$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x$	$F(x) = \dfrac{x^2}{2}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = x^n$	$F(x) = \dfrac{x^{n+1}}{n+1}$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \dfrac{1}{x}$	$F(x) = \ln\lvert x\rvert$	$]0;+\infty[$ ou $]-\infty;0[$
$f(x) = \dfrac{1}{x^n} \quad n \geqslant 2$	$F(x) = \dfrac{-1}{(n-1)x^{n-1}}$	$]0;+\infty[$ ou $]-\infty;0[$
$f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$F(x) = 2\sqrt{x}$	$]0;+\infty[$
$f(x) = \sin x$	$F(x) = -\cos x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = \cos x$	$F(x) = \sin x$	$\mathbb{R}$
$f(x) = 1 + \tan^2 x$	$F(x) = \tan x$	$\left]-\dfrac{\pi}{2}+k\pi\,;\,\dfrac{\pi}{2}+k\pi\right[$
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x$	$\mathbb{R}$

3 Règles d'intégration

Primitve de la somme	$\int (u+v) = \int u + \int v$
Primitive du produit par un scalaire	$\int (ku) = k\int u$
Primitive de $u'u^n$	$\int u'u^n = \dfrac{u^{n+1}}{n+1}$
Primitive de $\dfrac{u'}{u}$	$\int \dfrac{u'}{u} = \ln\lvert u\rvert$
Primitive de $\dfrac{u'}{u^n} \quad n \neq 1$	$\int \dfrac{u'}{u^n} = -\dfrac{1}{(n-1)u^{n-1}}$
Primitive de $\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$	$\int \dfrac{u'}{\sqrt{u}} = 2\sqrt{u}$
Primitive de $u'e^u$	$\int u'e^u = e^u$
Primitive de $u(ax+b)$	$\int u(ax+b) = \dfrac{1}{a}U(ax+b)$

Pour les fonctions usuelles, on utilise directement les formules.

Pour autres fonctions, il faut d'abord identifier la forme qui ressemble le plus à la fonction. Si on a la forme exacte, on utilise directement la formule correspondante. Dans le cas contraire, on écrit la forme exacte qu'il faudrait pour la fonction f et on rectifie en multipliant par le coefficient adéquat.

Exemple : : Soit f définie sur $]-2;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{(3x+6)^2}$

On pense à la forme $\dfrac{u'}{u^n}$ avec $n = 2$ dont une primitive est $\dfrac{-1}{u}$.

On écrit $f(x) = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{3}{(3x+6)^2}$.

Une primitive de f sur $]-2;+\infty[$ est donc F définie par $F(x) = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{3x+6}$