

Contrôle de mathématiques

Mardi 16 mai 2017

EXERCICE 1

Droites et plan

(6 points)

Soit un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soient les points $A(1; 1; 0)$, $B(1; 2; 1)$ et $C(3; -1; 2)$.

- 1) Montrer que les points A, B et C forment un plan.
- 2) Soit le point $D(3; 5; -1)$.
Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AD).
- 3) Montrer que le vecteur $\vec{n}(2; 1; -1)$ est un vecteur normal au plan (ABC).
- 4) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).
- 5) Calculer l'angle \widehat{DAB} . On donnera une approximation au dixième de degré près.

EXERCICE 2

Question de cours

(2 points)

Énoncer le théorème du toit que l'on illustrera par une figure.

EXERCICE 3

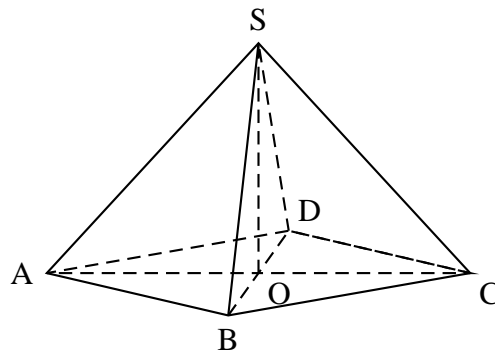
Pyramide

(12 points)

Partie A : un calcul de volume sans repère

On considère une pyramide équilatère SABCD (pyramide à base carrée dont toutes les faces latérales sont des triangles équilatéraux) représentée ci-contre.

Les diagonales du carré ABCD mesurent 24 cm. On note O le centre du carré ABCD. On admettra que $OS = OA$.



- 1) Sans utiliser de repère, démontrer que la droite (SO) est orthogonale au plan (ABC).
- 2) En déduire le volume, en cm^3 , de la pyramide SABCD.

Partie B : dans un repère

On considère le repère orthonormé $(O; \vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OS})$.

- 1) On note P et Q les milieux respectifs des segments [AS] et [BS].
 - a) Déterminer les coordonnées des points A, S, B et C.
En déduire les coordonnées des points P et Q.
 - b) Justifier que $\vec{n}(1; 1; -3)$ est un vecteur normal au plan (PQC).

- c) En déduire une équation cartésienne du plan (PQC).
- 2) Soit H le point du plan (PQC) tel que la droite (SH) est orthogonale au plan (PQC).
- a) Donner une représentation paramétrique de la droite (SH).
- b) Montrer que les coordonnées du point H sont $\left(\frac{2}{11}; \frac{2}{11}; \frac{5}{11}\right)$.
- c) Montrer alors que la longueur SH, en unité de longueur, est $\frac{2\sqrt{11}}{11}$.
- 3) On admettra que l'aire du quadrilatère PQCD, en unité d'aire, est égale à $\frac{3\sqrt{11}}{8}$
Calculer le volume de la pyramide SPQCD, en unité de volume.

Partie C : partage équitable

Pour l'anniversaire de ses deux jumelles Anne et Fanny, Madame Nova a confectionné un joli gâteau en forme de pyramide équilatère dont les diagonales du carré de base mesurent 24 cm.

Elle s'apprête à le partager en deux, équitablement, en plaçant son couteau sur le sommet. C'est alors qu'Anne arrête son geste et lui propose une découpe plus originale :

« Place la lame sur le milieu d'une arête, parallèlement à un côté de la base, puis coupe en te dirigeant vers le côté opposé ».

Fanny a des doutes, les parts ne lui semblent pas équitables. Est-ce le cas ? Justifier la réponse.

