

Devoir Surveillé n°2.

Première ES Second degré

Durée 2 heures - Coeff. 8

Noté sur 40 points

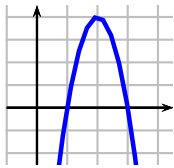

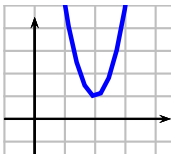
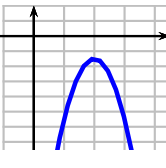
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1. QCM

4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Une réponse correcte rapporte 1 point. L'absence de réponse ou une réponse fausse ne retire aucun point. Aucune justification n'est demandée.

Recopier sur votre copie le numéro de la question et la réponse choisie.

		Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d
1.	On sait que $\Delta < 0$ et $a < 0$; alors la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ a pour allure				
2.	L'ensemble \mathcal{S} des solutions de l'équation $x^2 + 5 = 5$ est	$\{-5; 5\}$	$\{0\}$	\emptyset	$\{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$
3.	Le sommet S de la parabole d'équation $y = x^2 + 2x + 3$ est	$(1; 2)$	$(2; 1)$	$(-1; 2)$	$(1; -2)$
4.	L'ensemble \mathcal{S} des solutions de l'inéquation $x^2 - 2x - 3 < 0$ est	$] -\infty; -1[\cup] 3; +\infty[$	\emptyset	$] -\infty; -3[\cup] 1; +\infty[$	$] -1; 3[$

Exercice 2. Étude complète

12 points

On considère la fonction f , définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = -x^2 + x + 2$$

- [1 point] Déterminer les racines de f sur \mathbb{R} .
- [1 point] En déduire l'expression factorisée de f si cela est possible.
- [1 point] Dresser le tableau de signe de $f(x)$.
- [1 point] Résoudre l'inéquation $f(x) > 0$.
- [1 point] Dresser le tableau de variation de la fonction f en faisant apparaître les racines éventuelles dans le tableau.
- [1 point] Construire \mathcal{C}_f , la courbe représentative de la fonction f dans le repère de l'annexe (on fera apparaître clairement le sommet et les racines).
- [4 points] On considère la fonction g , définie sur \mathbb{R} par

$$g(x) = x^2 + 3x - 10$$

Étudier la fonction g (variations, racines et tableau de variations) puis construire sur le même graphique de l'annexe, \mathcal{C}_g , la courbe représentative de la fonction g (on fera apparaître clairement le sommet et les racines).

- [3 points] Résoudre graphiquement, puis par le calcul l'inéquation :

$$f(x) \geq g(x)$$

Exercice 3. Équation bicarrée et inéquation**6 points**

1. [3 points] Étudier sur l'intervalle $[0; 10]$ le signe de l'expression :

$$P(x) = x^2 - 4x - 5$$

2. [3 points] En posant $X = x^2$, résoudre dans \mathbb{R}

$$(E_2) : x^4 - x^2 - 2 = 0$$

Exercice 4. A la recherche du taux**5 points**

Un capital de 10 000 euros est placé à un taux de $t\%$ puis l'année suivante au taux de $(t+2)\%$. Au bout de deux ans, le capital obtenu est de 11 235 euros.

1. [3 points] Expliquez pourquoi t est solution de l'équation :

$$t^2 + 202t - 1035 = 0$$

2. [2 points] Calculer le taux t .

Exercice 5. Optimisation de bénéfice**13 points**

Une entreprise fabrique chaque jour x milliers d'objets avec $x \in [0; 60]$. Le coût total de production de ces objets, exprimé en milliers d'euros, est donné par :

$$C(x) = x^2 - 30x + 300$$

1. [2 points] Étudier les variations de C sur $[0; 60]$ et dresser le tableau de variation en faisant figurer les images aux bornes.
2. [0,5 point] Chaque objet fabriqué est vendu au prix unitaire de 10 euros. Calculer, en fonction de x , la recette $R(x)$ exprimée aussi en milliers d'euros.
3. [1 point] Justifier que le bénéfice, exprimé aussi en milliers d'euros, réalisé pour la production et la vente de x milliers d'objets est donné, pour $x \in [0; 60]$, par :

$$B(x) = -x^2 + 40x - 300$$

4. [3 points] Étudier les variations de B sur $[0; 60]$ et dresser le tableau de variation en faisant figurer les images aux bornes.
5. [1 point] En déduire la quantité à produire permettant à l'entreprise de réaliser un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal ?
6. [3 points] Inéquation et interprétation.
6. a. Résoudre l'inéquation $B(x) \geq 0$.
6. b. Déduire de la question précédente les quantités que l'entreprise doit produire et vendre pour que la production soit rentable.
7. [1,5 points] Sur le deuxième graphique de l'annexe, on a tracé \mathcal{C}_C , la courbe représentative de la fonction C . Construire \mathcal{C}_R , la courbe représentative de la fonction recette R et expliquer comment graphiquement retrouver le résultat de la question précédente.
8. [1 point] Retrouver graphiquement le bénéfice maximal. Expliquez votre raisonnement et visualisez ce bénéfice maximal sur le graphique à l'aide de couleur.

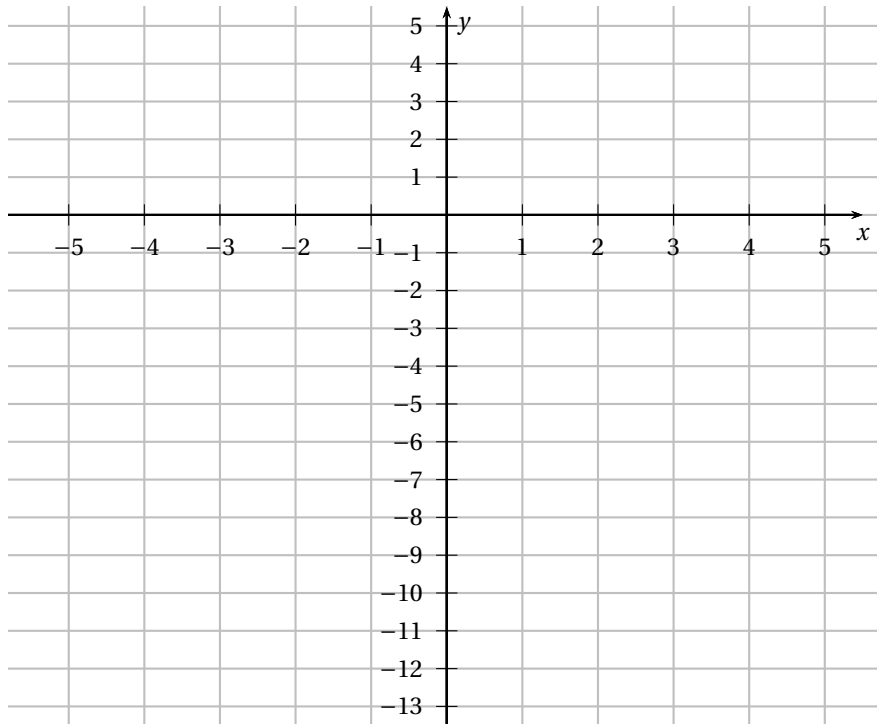
∞ Fin du devoir ∞

Bonus

Résoudre l'équation : $(x+3)^4 - 3(x+3)^2 + 2 = 0$.

Annexe à rendre avec votre copie

Graphique de l'exercice 2



Graphique de l'exercice 5

