

Devoir Surveillé n°1

Correction

Pourcentages - Première ES

Durée 2 heures - Coeff. 8

Noté sur 40 points

Exercice 1. D'après Bac 2014

5 points

1. [1 point] Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2014.

En 2014 on aura 70 % de l'effectif de 2013 plus 300 nouveaux élèves soit : $500 \times 0,7 + 300 = 650$.

2. [1 point] Calculer le nombre d'élèves qui seront inscrits au lycée en 2015.

En 2015 on aura 70 % de l'effectif de 2014 plus 300 nouveaux élèves soit : $650 \times 0,7 + 300 = 755$.

3. [2 points]

- Tant que $U \leq 900$
- Afficher N

4. [1 point] Déterminer le nombre d'années nécessaires à partir de 2013 pour que le nombre d'élèves dépasse 900.

On peut calculer les effectifs tous les ans en utilisant la touche ANS de la calculatrice en arrondissant les valeurs à l'entier inférieur par exemple :

Année	N	Effectifs
2014	$N = 1$	650
2015	$N = 2$	755
2016	$N = 3$	828
2017	$N = 4$	879
2018	$N = 5$	915

Le nombre d'années nécessaire est donc de 5.

Exercice 2. Indices : Évolution du cours du pétrole en 2008

7 points

	Avril	mai	juin	juillet	août	septembre
Taux		12,5%	7,6%	6,0%	-15,1%	8,81%
CM		1,125	1,076	1,006	0,849	1,08813
Indice		100	107,6	108,2456	91,9005	100
Cours	109,50\$	123,19\$	132,55\$	133,35\$	113,21\$	123,19\$

1. [1 point] Compléter la ligne des coefficients dans le tableau.

2. [1 point] Fin avril, le cours du brut était de 109,5 dollars le baril. Quel était, au dixième, le cours du brut fin mai ?

Le cours du pétrole a subi une augmentation de 12,5% sur cette période donc il passe en mai à $109,5 \times 1,125 = 123,19\$$.

3. [2 points] Calculer sur la base 100 en mai l'indice du cours du pétrole fin juin, juillet puis fin août.

Il suffit de multiplier l'indice du mois précédent par le coefficient multiplicateur.

4. [1,5 point] Quel est le taux d'évolution du cours du pétrole de Mai à Août 2008 ? Quel est le cours du pétrole fin août ?

- Le taux d'évolution du cours du pétrole de Mai à Août 2008 est de

$$\frac{91,9005 - 100}{100} \approx -8,0995\%$$

- Le cours du pétrole fin août est donc de $123,19 \times (1 - 8,0995\%) \approx 113,21\$$.

5. [1,5 point] Quel devrait être le pourcentage d'évolution du cours du pétrole en septembre 2008 pour que l'indice à la fin du mois reprenne la valeur 100 ? Donner alors le cours du pétrole en septembre 2008.

- On peut calculer le coefficient multiplicateur permettant de passer de l'indice 91,9005 à l'indice 100 et en déduire le taux associé :

$$k = \frac{100}{91,9005} \approx 1,08813 \implies t\% \approx 8,81\%$$

- Plus simplement on peut remarquer que si l'on revient en septembre à l'indice 100 de mai, **le cours du pétrole revient donc à celui de mai soit 123,19\$** et donc le taux d'évolution est donné par :

$$t\% = \frac{123,19 - 113,21}{113,31} \approx 8,81\%$$

Exercice 3. TVA

4 points

1. [1,5 point] Calculer le prix hors taxes (H.T.).

Le prix HT est donc : $\frac{45,5}{1,196} \approx 38,05 \text{ €}$.

2. [1 point] Quel serait le prix de cet objet avec un taux de T.V.A. à 5,5 % ?

Avec une TVA à 5,5 % le prix TTC serait de : $38,05 \times 1,055 \approx 40,14 \text{ €}$.

3. [1,5 points] Donner le coefficient multiplicateur permettant de passer directement du prix T.T.C. avec un taux de T.V.A. à 19,6 %, au prix T.T.C. avec un taux de T.V.A. à 5,5 %. En déduire le taux d'évolution correspondant.

Le coefficient cherché est donné par le produit des deux coefficients multiplicateurs soit

$$k = \frac{1}{1,196} \times 1,055 \approx 0,882107 \implies t\% \approx -11,79\%$$

On peut aussi utiliser les prix calculés :

$$t\% \approx \frac{40,14 - 45,5}{45,5} \approx -11,78\%$$

Exercice 4. Évolutions successives : Vrai ou faux

1,5 × 4 = 6 points

1. Le prix d'un article diminue de 10 % puis augmente de 10 %.

Proposition 1 (Fausse) : Le prix final est donc identique au prix initial.

Non cela correspond à une baisse 1% car le coefficient multiplicateur associée est :

$$k = 0,9 \times 1,1 = 0,99 \implies t\% = k - 1 \approx -1\%$$

2. Le montant d'un loyer de 1 500 euros subit deux évolutions successives : une hausse de 12 % puis une baisse de 2 %.

Proposition 2 (Vraie) : Le nouveau montant du loyer est donc de 1 646,4 euros.

Le loyer est de $1\,500 \times 1,12 \times 0,98 = 1\,646,4 \text{ €}$

Proposition 3 (Fausse) : Le taux d'évolution global est après ces deux évolutions est de +10 %.

Non cela correspond à une hausse 9,76% car le coefficient multiplicateur associée est :

$$k = 1,12 \times 0,98 = 1,0976 \implies t\% = k - 1 \approx +9,76\%$$

3. Début septembre 2014, monsieur Le Boulet place 5 000 euros sur un livret A qui est rémunéré, depuis le 1^{er} août 2014, à 1 %.

Proposition 4 (Vraie) : Après 5 années de placement, il aura environ 5 255,05 euros sur ce compte.

Après 5 années on obtient :

$$5\,000 \times 1,01^5 \approx 5\,255,05 \text{ €}$$

Exercice 5. Meilleur achat immobilier

6 points

1. [2 points] Quel serait dans ces conditions le coût d'achat de chacune des maison ?

- Pour la première maison : $260\,000 \times 1,02 \times 1,07 = 283\,764 \text{ €}$;

- Pour la deuxième maison : $250\,000 \times 1,06 \times 1,07 = 283\,550 \text{ €}$;

2. Le propriétaire de la deuxième maison accepte de baisser le prix de vente de 5 000 euros.

2. a. [1 point] Quel est le taux de remise ainsi accordé par le propriétaire sur son prix de vente ?

Une remise de 5 000 euros sur un prix de 250 000 euros correspond à une remise de :

$$\frac{5\,000}{250\,000} = 2\%$$

2. b. [1 point] Quel serait finalement le coût d'achat de cette maison ?

Le coût d'achat de la deuxième maison est alors de :

$$(250\,000 - 5\,000) \times 1,06 \times 1,07 = 277\,879 \text{ €} \quad \text{ou} \quad (283\,550) \times 0,98 = 277\,879 \text{ €}$$

3. Le propriétaire de la première maison propose alors de réduire son prix de vente de 2 % du prix tous frais compris calculé dans la question 1.

[2 point] Quel achat conseiller à ce couple s'il souhaite obtenir le prix le plus bas ?

- Le montant de la réduction est de : $283\,764 \times 0,02 = 5\,675 \text{ €}$;
- Le propriétaire de la première maison propose alors un prix de vente de $260\,000 - 5\,675 = 254\,325 \text{ €}$;
- Le prix d'achat de la première maison est alors de $254\,325 \times 1,02 \times 1,07 = 277\,570 \text{ €}$;

Dans ces conditions, c'est la première maison qui revient le moins cher.

Exercice 6. Taux d'évolution global

8 points

1. Une quantité augmente de 10 %, puis de 20 % puis de 30 %. Montrer que le taux d'évolution global est de 71,6 %.

$$k = 1,1 \times 1,2 \times 1,3 = 1,716 \implies t\% = 71,6\%$$

2. Un article subit une augmentation de $x\%$, où x est un réel. Il subit ensuite une réduction de $y\%$. Exprimer en fonction de x , le pourcentage de réduction, pour que l'article retrouve son prix initial.

$$(1 + x\%) \times (1 - y\%) = 1 \implies y\% = 1 - \frac{1}{1 + x\%}$$

3. Après une baisse de 15 %, suivie d'une baisse de $t\%$, on obtient une baisse globale de 30 %. Calculer t .

$$0,85 \times (1 - t\%) = 0,7 \implies t\% = 1 - \frac{0,7}{0,85} \approx 17,65\%$$

4. Un prix augmente deux fois de suite de $z\%$. A la suite de ces deux augmentations, ce prix a augmenté de 14,49 %.

$$(1 + t\%)^2 = 1,1449 \implies t\% = \sqrt{1,1449} - 1 = 7\%$$

Exercice 7. Taux

4 points

Un conseil régional a pour objectif de faire croître le parc locatif réservé aux étudiants de la région de 15 000 chambres à 20 184 chambres.

1. [1 point] Quel sera le taux de croissance du parc locatif sur la période envisagée ?

$$t\% = \frac{20\,184 - 15\,000}{15\,000} = 34,56\%$$

2. [3 points] Le conseil régional souhaite atteindre cet objectif en deux ans. Quel devra être le pourcentage annuel d'accroissement du parc locatif ?

$$(1 + t\%)^2 = 1,3456 \implies t\% = \sqrt{1,3456} - 1 = 16\%$$

Exercice 8. Bonus : Coût de fabrication **

2 points

- Le coût de fabrication C est composé de la main-d'œuvre M et des fournitures F .
- On a $C = M + F = 60\%C + 40\%C$
- Le coût de la main-d'œuvre augmente de 10 % et celui des fournitures de 30 % donc le coût total devient :

$$0,6C \times 1,1 + 0,4C \times 1,3 = C \times (0,6 \times 1,1 + 0,4 \times 1,3) = 1,18C$$

- Cela correspond donc à une **augmentation de 18 %**.