متتاليات 3

تمرين رقم

نعتبر المتتاليتين $(U_n)_{\in\mathbb{N}}$ و $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفتين كما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + \frac{1}{3}V_n \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} V_0 = 1 \\ V_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{1}{2}V_n \end{cases}$$

① أحسب $U_1 \; ; V_1$

② نضع $s_n = U_n + V_n$ لكل n من $\mathbb{N}$

أـ بين أن $(s_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية محددا أساسها

بـ أحسب s_n بدلالة n

③ نضع $d_n = V_n - U_n$ لكل n من $\mathbb{N}$

أـ بين أن $(d_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية محددا أساسها

بـ أحسب d_n بدلالة n

④ استنتج مما سبق تعبير $U_n \; ; \; V_n$ بدلالة n

تمرين رقم 2

لتكن $(U_n)_{\in\mathbb{N}}$ متتالية بحيث : $\begin{cases} U_0 = 12 \quad , \quad U_1 = \frac{11}{2} \\ 6U_{n+2} = 5U_{n+1} - U_n \end{cases}$

❶ احسب U_2

❷ نضع $V_n = 3U_{n+1} - U_n$ لكل n من $\mathbb{N}$

a- بين ان $(V_n)_n$ متتالية هندسية محددا أساسها ثم أحسب V_n بدلالة n

b- استنتج أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \; U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + \frac{3}{2^{n+1}}$

❸ نضع $W_n = U_n - \frac{9}{2^n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

a- بين ان $(W_n)_n$ متتالية هندسية محددا أساسها ثم أحسب W_n بدلالة n

b- استنتج أن $U_n = \frac{1}{3^{n-1}} + \frac{9}{2^n}$

❹ أحسب بدلالة n الجمع $S = U_1 + U_2 + ... + U_n$

تمرين رقم 3

لتكن $(U_n)_{\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها r وبحيث :

$$(I) \begin{cases} U_0 + U_1 + U_2 = 9 \\ U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 = 35 \end{cases}$$

⇦ أحسب الحد U_1

⇦ بين أنه توجد متتاليتين تحقق (I) محددا أساس كل منهما

⇦ لتكن $(U_n)_{\in\mathbb{N}}$ و $(U'_n)_{\in\mathbb{N}}$ المتتاليتين ونضع $W_n = U_n + U'_n$

☺ أحسب بدلالة n الجمع $S_n = W_0 + W_1 + ... + W_n$

☺ حدد n علما أن $S_n = 96$

تمرين رقم 4

لتكن $(U_n)_{\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها r وبحيث :

☆ حدد العدد p إذا علمت أن $U_p = 26$ و $S_p = 260$

S_p هو مجموع $p+1$ حد الأولى للمتتالية $(U_n)_{\in\mathbb{N}}$

☆ استنتج أساس هذه المتتالية

تمرين رقم 5

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ بحيث: $\begin{cases} U_0 = \sqrt{2} \\ U_{n+1} = \dfrac{3U_n}{\sqrt{9 + U_n^2}} \end{cases}$

☜ تحقق أن $U_n > 0 \quad (\forall n \in \mathbb{N})$

☜ نضع $V_n = \frac{18}{U_n^2}$ بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ حسابية

أـ أحسب U_n بدلالة n

بـ أحسب بدلالة n الجمع $S = \frac{1}{U_0^2} + \frac{1}{U_1^2} + ... + \frac{1}{U_n^2}$

تمرين رقم6

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ بحيث: $U_0 = 3 \; ; \; U_{n+1} = \frac{U_n}{3^n U_n + 3}$

1ـ أحسب U_1 وبين أن $U_n > 0$ لكل n من $\mathbb{N}$

2ـ بين أن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية

3ـ نضع $V_n = \frac{1}{3^n U_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أـ بين أن $(V_n)_n$ متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{3}$

بـ أحسب $U_n \; ; \; V_n$ بدلالة n

تمرين رقم 7

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المعرفة ب : $U_1 = 1$ و $U_{n+1} = \frac{nU_n + 2}{n+1}$

1ـ أحسب U_1 وبين أن $1 \leq U_n \leq 2$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

2ـ أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3ـ نضع $V_n = nU_n$ لكل n من $\mathbb{N}^*$ بين أن $(V_n)_{n\geq 1}$ متتالية حسابية أساسها $r = 2$

4ـ حدد U_n بدلالة n