تصحيح تمارين الطاقة الميكانيكية

تمرين 1:

أثناء حركتها تخضع الساق ل:
- $\vec{P}$: وزنها
- $\vec{R}$: تأثير محور الدوران (Δ).
نهمل تأثير الهواء .
لدينا W($\vec{R}$)=0 لأن الإحتكاكات مهملة وبالتالي القوة الوحيدة التي تشتغل هي الوزن $\vec{P}$ مما يعني أن الطاقة الميكانيكية تنحفظ.

الحالة البدئية :

طاقة الوضع الثقالية :

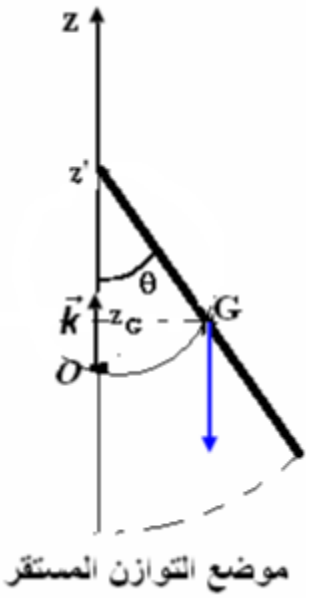
Epp=mgz+C بما أن Epp=0 عند z=0 فإن C=0

نستنتج : Epp=mgz

مع $z=z_G$

$z_G=\frac{L}{2}-\frac{L}{2}cos\theta=\frac{L}{2}(1-cos\theta)$

$Epp_1=mg\frac{L}{2}(1-cos\theta)$



موضع التوازن المستقر

الطاقة الحركية:

$Ec_1=0$ وبالتالي: V=0

الحالة النهائية :

طاقةالوضع الثقالية :

$Epp_2=0$ وبالتالي: z=0

الطاقة الحركية :

$Ec_2=\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$

مع ω السرعة الزاوية للساق

$Em_1=Em_2$

$$\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2=mg\frac{L}{2}(1-cos\theta)$$

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}mL^2\omega^2=mg\frac{L}{2}(1-cos\theta)$$

$$\frac{1}{3}L\omega^2=g(1-cos\theta)$$

$$\omega=\sqrt{\frac{3g}{L}(1-cos\theta)}$$

ت.ع: $\omega = \sqrt{\frac{3\times9,8}{1}(1-cos60°)}$

$\omega = 3,83rad/s$

تمرين 2:

1- تعبير Ec(S)

نعلم أن $Ec(S)=\frac{1}{2}mv^2$

حسب المبيان الدالة $v^2=f(x)$ خطية معادلتها تكتب : $v^2=Kx$

مع K المعامل الموجه نكتب : $K=\frac{0,6}{0,2}=3m/s^2$

وبالتالي : $Ec(S)=\frac{1}{2}m\times 3x$

$Ec(S)=\frac{3}{2}mx$

2- تعبير Ec(P) :

نعلم أن : $Ec(P)=\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$

بما أن الخيط غير مدود ولا ينزلق على مجرى البكرة فإن : $v=r\omega$

$v^2=r^2\omega^2$

وبالتالي : $3x=r^2\omega^2$ $\omega^2=\frac{3x}{r^2}$

$Ec(P)=\frac{1}{2}J_\Delta\frac{3x}{r^2}$

$Ec(P)=\frac{1}{2}J_\Delta\frac{x}{r^2}$

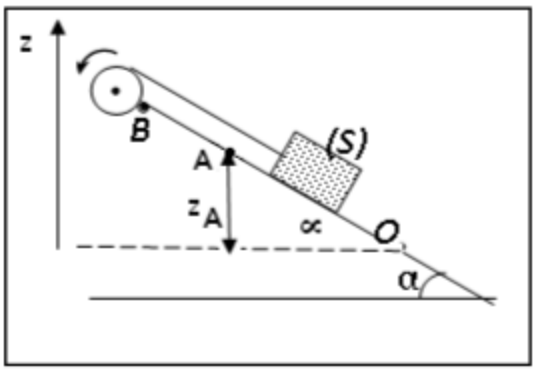
3- حساب Em :

لدينا $Em(A)=Ec(A)+Epp(A)$

$Ec(A)=\frac{1}{2}mv_A^2=\frac{1}{2}m.3d$

$Ec(A)=\frac{3}{2}md$

بما أن Epp=0 عند z=0 فإن Epp=mgz



من الشكل لدينا : $z_A=OA.\sin\alpha=d.\sin\alpha$

$Epp(A)=mg.d.\sin\alpha$

نستنتج :

$$Em(A)=\frac{3}{2}md+mg.d.sin\alpha$$

$$Em(A)=m.d(\frac{3}{2}+gsin\alpha)$$

4- تحديد قيمة الطاقة الميكانيكية في النقطة B :

خلال حركة (S) على المستوى المائل يخضع لـ :

- $\vec{P}$: وزن الجسم .
- $\vec{R}$: تأثير المستوى المائل .

بما أن الاحتكاكات مهملة فإن شغل القوة $\vec{R}$ منعدم وبالتالي الطاقة الميكانيكية تنحفظ Em=cte

ومنه : Em(A)=Em(B)

$$Em(B)=Em(A)=m.d(\frac{3}{2}+gsin\alpha)$$

ت.ع:

$$Em=500.10^{-3}x1x(\frac{3}{2}+9,8sin30°)$$

$$Em=3,2J$$

5- استنتاج AB :

لدينا Em(B)=Ec(B)+Epp(B)

لدينا : Ec(B)=0 لأن الجسم يتوقف عند B .

$Em(B)=Epp(B)=mgz_B$

مع : $z_B=ABsin\alpha$

$Em(B)=mg.AB.sin\alpha$

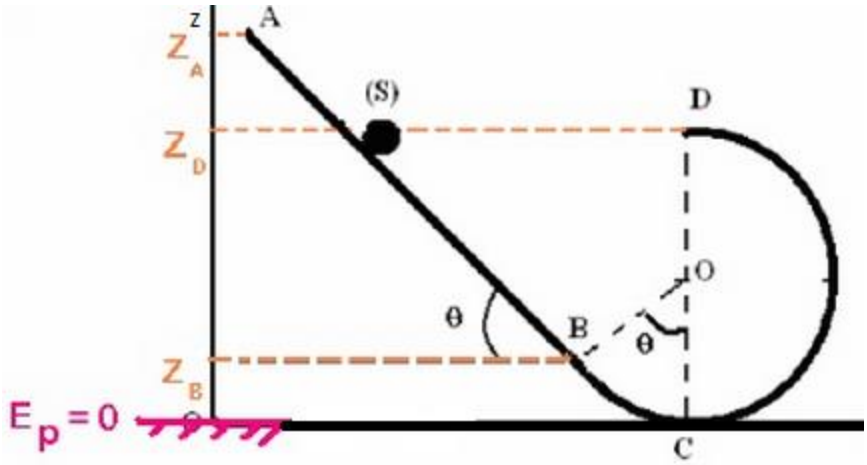
$$AB=\frac{Em(B)}{mgsin\alpha}$$

ت.ع:

$$AB=\frac{3,2}{9,8\times sin30°}$$

$$AB=0,65m$$

تمرين 3 :



1- الأحتكاكات مهملة :

1-1- الطاقةالميكانيكية

عند النقطة A :

$Em(A)=Ec(A)+Epp(A)$

$Em(A)=\frac{1}{2}mv^2+mgz_A+C$

السرعة منعدمة عند A اذن $Ec(A)=0$

$C=0$ لأن $Epp=0$ عند $z=0$

$z_A=z_B+Absin\theta$ مع $z_B=r(1-cos\theta)$

نعوض ب $AB=2m$

نستنتج :

$Em(A)=mg[r(1-cos\theta)+2sin\theta]$

ت.ع: $Em(A)=0,5x10x(0,5(1-cos60)+2sin60)$

نجد : $Em(A)=9,91J$

2-1- الطاقة الحركية وطاقة الوضع الثقالية عند B :

$Epp(B)=mgz_B=mgr(1-cos\theta)$

$Epp(B)=0,5x10x0,5(1-cos60)$

$Epp(B)=1,25J$

$Em(B)=Em(A)=Ec(B)+Epp(B)$

$Ec(B)=Em(A)-Epp(B)$

$Ec(B)=9,91-1,25$

$Ec(B)=8,68J$

3-1- يمكن حساب سرعة الجسم (S)عند النقطة D باستعمال مبرهنة الطاقة الحركية أو باعتبار انحفاظ الطاقة الميكانيكية :

لدينا :

$Ec(D)-Ec(A)=W_{A\to D}(\vec{P})$

$$\frac{1}{2}m({v_D}^2-{v_A}^2)\&1=mg(z_D-z_A)$$

$v_A=0$

$z_D=2r$ و $z_A=z_B+Absin\theta$

$$\frac{1}{2}m{v_D}^2=mg\{[r(1-cos\theta)+2sin\theta]-2r\}$$

$${v_D}^2=2g[2sin\theta-r(1+cos\theta)]$$

$$v_D=\sqrt{2g[2sin\theta-r(1+cos\theta)]}$$

ت.ع:

$$v_D=\sqrt{2\times10[2sin60-0,5(1+cos60)]}$$

$$v_D=4,43m/s$$

2-2- استنتاج f

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على (S) بين A و B نكتب :

Ec(B)-Ec(A)=$W_{A\to B}(\vec{P}) + W_{A\to B}(\vec{R})$

$$\frac{1}{2}mv_B{}^2 = mg(z_A - z_B) + W_{A\to B}(\overrightarrow{R_N}) + W_{A\to B}(\vec{f})$$

مع : $W_{A\to B}(\overrightarrow{R_N}) = 0$ لأن R_N عمودية على المتجهة $\overrightarrow{AB}$

$$z_A - z_B = AB\sin\theta$$

$$W_{A\to B}(\vec{f}) = \vec{f}.\overrightarrow{AB} = f.AB\cos 180 = -f.AB$$

نحصل على :

$$\frac{1}{2}mv_B{}^2 = mgAB\sin\theta + 0 - f.AB$$

$$f.AB = -\frac{1}{2}mv_B{}^2 + mgAB\sin\theta$$

$$f = m(g\sin\theta - \frac{v_B{}^2}{2AB})$$

ت.ع: $f = 0{,}5(10 \times sin60 - \frac{4{,}43^2}{2\times 2})$

$$f = 1{,}88N$$

تمرين 4:

1- تعبير طاقة الوضع الثقالية : $Epp = mgz + C$

عند $z = 0$ ، $Epp = 0$

نستنتج $C = 0$ و $Epp = mgz$

عند النقطة A : $z_A = h_1 + h_2$

$$h_1 = AB.sin\alpha$$

$$h_2 = r - rcos\alpha = r(1 - cos\alpha)$$

$$z_A = ABsin\alpha + r(1 - cos\alpha)$$

تعبير طاقة الوضع الثقالية عند النقطة A :

$$Epp_A = mg[ABsin\alpha + r(1 - cos\alpha)]$$

تعبير الطاقة الميكانيكية في الموضع A :

$$Em_A = Epp_A + Ec_A$$

إذن : $Ec_A = 0$ $Em_A = Epp_A$

$$Em_A = mg[ABsin\alpha + r(1 - cos\alpha)]$$

ت.ع:

$$Em_A = Epp_A = 0{,}6 \times 9{,}81 \times \left(3 \times sin50° + 0{,}80(1 - cos50°)\right)$$

$$Em_A = Epp_A = 15{,}20J$$

2- في الموضع B :

طاقة الوضع الثقالية :

$$Epp_B = mgz_B$$

مع : $z_B = r(1 - cos\alpha)$

$$Epp_B = mgr(1 - cos\alpha)$$

ت.ع:

$$Epp_B = 0{,}6 \times 9{,}81 \times 0{,}80 \times (1 - cos50°)$$

$$Epp_B = 1{,}68J$$

الطاقة الحركية :

باعتبار الاحتكاكات مهملة ، فان الطاقة الميكانيكية تنحفظ: $Em_A = Em_B$

$$Em_B = Epp_B + Ec_B$$

$$Ec_B = Em_B - Epp_B$$

ت.ع: $Ec_B = 15{,}20 - 1{,}68$

$$Ec_B = 13{,}52J$$

3- في الموضع C :

$Epp_C = 0$ الجسم في الحالة المرجعية

تنحفظ الطاقة الميكانيكية : $Em_C = Em_A$

$$Em_C = Ec_C$$

نستنتج أن : $Ec_C = 15{,}20J$

4- تتناقص الطاقة الميكانيكية بين النقطتين C و D بسبب الاحتكاكات :

تغير الطاقة الميكانيكية يساوي شغل قوى الاحتكاك :

$$Em_C - Em_D = W_f$$

$Epp_C = 0$ و $Ec_C = 0$ نستنتج أن : $Em_C = 0$

$$W_f = -Em_C$$

$$W_f = -15{,}20J$$

كمية الحرارة الناتجة عن الاحتكاك هي $Q = 15{,}20J$

تمرين 5:

1- تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم :

Epp=mgz+C

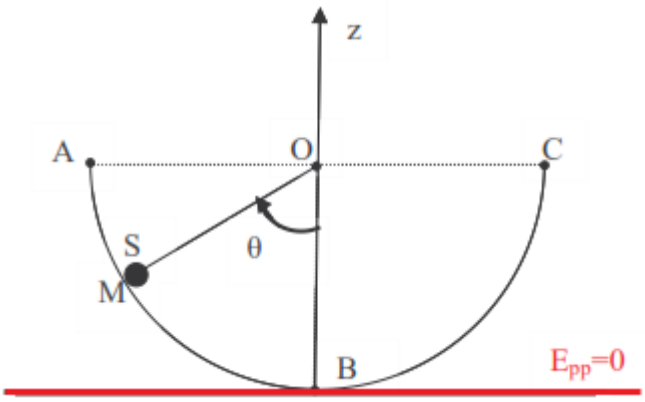
عند z=-R لدينا Epp=0

وبالتالي : 0=mg(-R)+C C=mgR

ومنه :

Epp=mgz+mgR

Epp=mg(z+R)



1.1-تعبير الطاقة الميكانيكية عند النقطة A :

$$Em_A = Ec_A + Epp_A$$

لأن $Ec_A = 0$ $v_A = 0$

ومنه : $Epp_A = mgR$ مع $Epp_A = mg(z_A + R)$ $z_A = 0$

نستنتج :

$$Em_A = mgR$$

ت.ع: $Em_A = 100.10^{-3} \times 9{,}8 \times 20.10^{-2}$

$$Em_A = 0{,}20J$$

1.2- بما أن الحركة تتم بدون احتكاك فإن الطاقة الميكانيكية تنحفظ ،

وبالتالي : $Em_A = Em_B$

نستنتج : $Em_B = 0{,}20J$

2- سرعة S عند النقطة B :

$$Em_B = Ec_B + Epp_B$$

الجسم S في الحالة المرجعية $Epp_B = 0$ و $Ec_B = \frac{1}{2}mv_B^2$

$$Em_B = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B^2 = \frac{2Em_B}{m}$$

$$v_B \sqrt{\frac{2.Em_B}{m}}$$

ت.ع: $v_B = \sqrt{\frac{2\times0{,}2}{100.10^{-3}}}$ نجد $v_B = 2m.s^{-1}$

3- بعد النقطة B يستمر S في حركته حتى التوقف عند النقطة C ، حيث انحفاظ الطاقة الميكانيكية :

$$Em_C = \frac{1}{2}mv_C^2 + mg(z_C + R)$$

لدينا : $Em_A = Em_C$ و $v_C = 0$

$$Em_C = mg(z_C + R)$$

$$mg(z_C + R) = mg(z_A + R)$$

$$z_C + R = z_A + R$$

$$z_C = z_A = 0$$

4-بما أن الطاقة الكيكانيكية نحفظ فإن الجسم S ينجز حركة تذبذبية من ذهاب وإياب بين B و C .

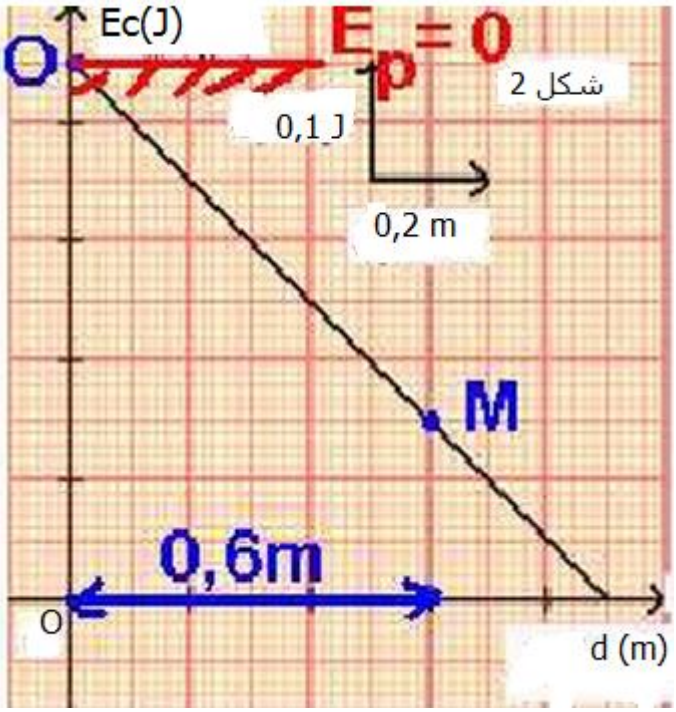
تمرين 6 :

1- نص مبرهنة الطاقة الحكية :

يساوي تغير الطاقة الحكية لجسم صلب في إزاحة أوفي دوران حول محور ثابت ، بين لحظتين المجموع الجبري لأشغال كل القوى المطبقة على الجسم بين هاتين اللحظتين .

$$\Delta Ec = Ec_2 - Ec_1 = \sum W_{1\to 2}(\vec{F_i})$$

2- مبيانيا النقطة O نقطة الانطلاق نجد Ec(O)=0,45J ونقطة الوصول M نجد Ec(M)=0,15J حيث : OM=d=0,6m .



بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم بين النقطتين O و M :

$$\Delta Ec = Ec(M) - Ec(O) = W_{O\to M}(\vec{P}) + W_{O\to M}(\overrightarrow{R})$$

بما أن الاحتكاكات مهملة فإن :

$$W_{O\to M}(\overrightarrow{R}) = 0$$

وبالتالي :

$$W_{O\to M}(\vec{P}) = Ec(M) - Ec(O) = 0{,}15 - 0{,}45$$

$$W_{O\to M}(\vec{P}) = -0{,}3J$$

3- ليكن m كتلة الجسم S :

لدينا :

$W(\vec{P}) = -mgh$ مع h=d.sinα

$$W(\vec{P}) = -mgdsin\alpha$$

$$m = -\frac{W(\vec{P})}{gdsin\alpha}$$

ت.ع: $W(\vec{P}) = -\frac{(-0,3)}{9,8\times0,6\times sin30°}$

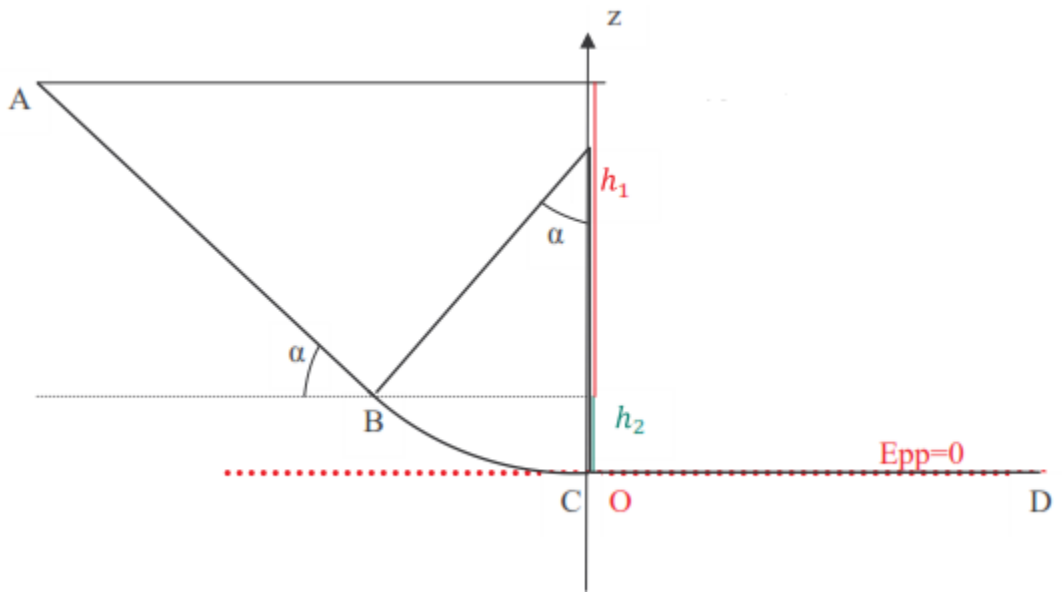
$$m = 0,1kg$$

4.1- طاقة الوضع عند النقطة O : Epp(O)

لدينا : Epp=mgz+C

بما أن المستوى الأفقي المار من A يمثل الحالة المرجعية فإن : Epp(A)=O

مبيانيا نجد d=0,9m ومنه $z_A = dsin\alpha = 0,9 \times sin30°$



نستنتج أن : $z_A = 0,45m$

تحديد الثابتة C :

$$Epp(A) = mgz_A + C = 0 C = -mgz_A = -0,1 \times 9,8 \times 0,45 \Leftarrow$$
$$C = -0,44J$$

تعبير طاقة الوضع الثقالية :

$$Epp = mgz - 0,44$$

طاقة الوضع عند النقطة O هي :

نجد : $Epp(O) = 0 - 0,45$ $Epp(O) = -0,45J$

4.2- التحقق من انحفظ الطاقة الميكانيكية :

بالنسبة للنقطةA : $\begin{pmatrix} Ec(A) = 0 \\ Epp(A) = 0 \end{pmatrix}$

بالنسبة للنقطة O : $\begin{pmatrix} Ec(O) = -o,45J \\ Epp(O) = 0,45J \end{pmatrix}$

- تحديد الطاقة الميكانيكية عند النقطة O :

$$Em(O) = Ec(O) + Epp(O) = -0,45 + 0;45 = 0$$

- تحديد الطاقة الميكانيكية عند النقطة A :

$$Em(A) = Ec(A) + Epp(A) = 0 + 0 = 0$$

- نستنتج أن الطاقة الميكانيكية تنحفظ .