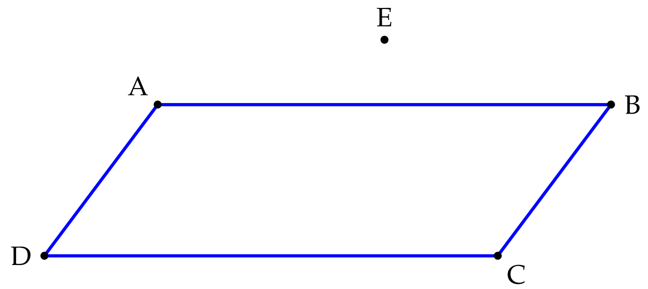
Géométrie euclidienne et configurations

Parallélogramme

Exercice 1

A, B, C, D, E et F sont 6 points tels que ABCD et AECF sont des parallélogrammes

1) Placer le point F



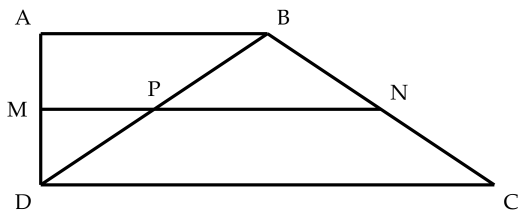
2) Démontrer que EBFD est un parallélogramme.

Théorème des milieux

Exercice 2

Dans la configuration ci-contre, ABCD est un trapèze. On sait que (MN) // (DC), P et N sont les milieux respectifs de [BD] et [BC].

Montrer que $MN = \dfrac{1}{2}(AB + DC)$



Exercice 3

Quadrilatère de Varignon (1654-1722)

Soit ABCD un quadrilatère quelconque. On appelle I, J, K et L les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD] et [DA].

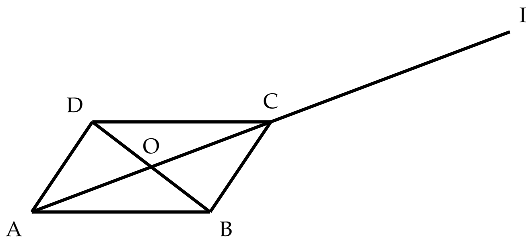
1) Faire une figure (attention ABCD quadrilatère quelconque)
2) Quelle est la nature du quadrilatère IJKL ? (le démontrer)
3) Quelle(s) condition(s) supplémentaire(s) faut-il ajouter aux points A, B, C et D pour que IJKL soit un losange ? même question avec un rectangle puis avec un carré.
4) Tracer le quadrilatère ABCD pour que IJKL soit un carré.

Droites remarquables dans un triangle

EXERCICE 4

Dans la configuration ci-contre, ABCD est un parallélogramme et C est le milieu de [AI]

1) Montrer que $OC = \frac{1}{3}OI$. Que peut-on en déduire ?
2) Pourquoi (BC) coupe [DI] en son milieu ?

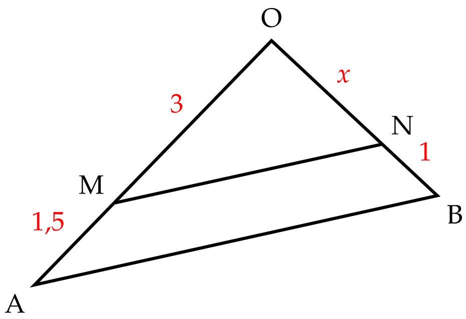


EXERCICE 5

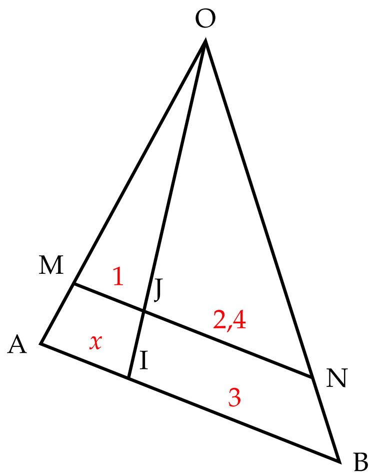
Théorème de Thalès

Dans les exercices suivants, on a (MN) // (AB). Calculer alors la valeur de x.

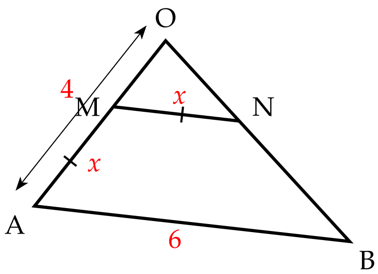
1)



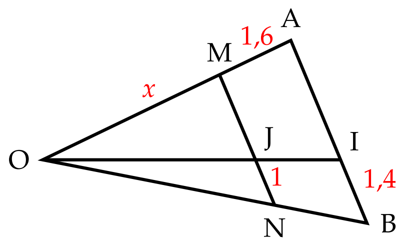
3)



2)



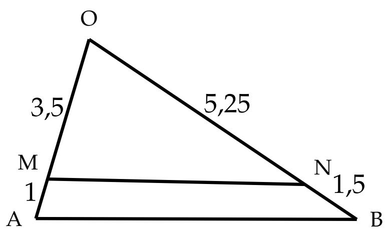
4)



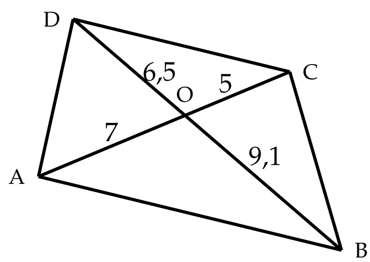
EXERCICE 6

Réciproque du théorème de Thalès

1) Dans la figure ci-dessous, les droite (MN) et (AB) sont-elles parallèles ?



2) Dans la figure ci-dessous, ABCD est-il un trapèze ?

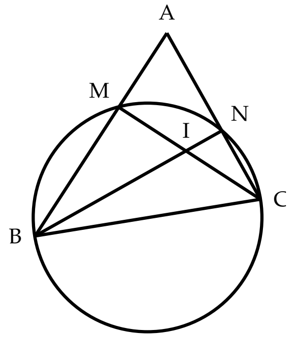


EXERCICE 7

Triangle rectangle

ABC est un triangle. Le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [BC] coupe (AB) en M et (AC) en N.
Pourquoi $(\text{AI}) \perp (\text{BC})$?

Application : Trouver une construction pour tracer la perpendiculaire à une droite d passant par un point A extérieur à cette droite



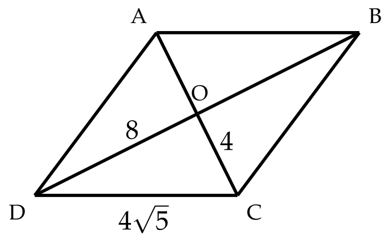
EXERCICE 8

a) Soit un triangle ABC isocèle en A. H est le pied de la hauteur issue de A. On a :

$$\text{AB} = \text{AC} = 5 \quad \text{et} \quad \text{BC} = 4$$

Faire une figure puis calculer AH.

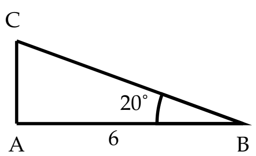
b) ABCD est un parallélogramme. ABCD est-il un losange ?

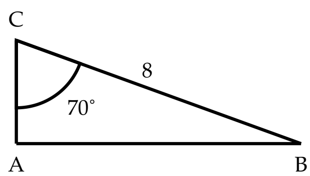


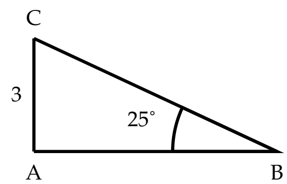
EXERCICE 9

Trigonométrie

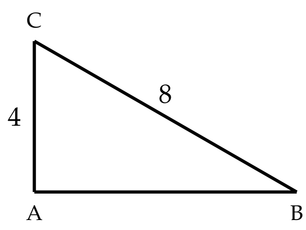
1) Dans les figures suivantes, les triangles sont rectangles en A. Calculer les dimensions manquantes. On donnera une valeur exacte puis une valeur approchée au centième.

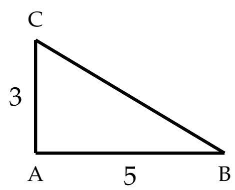
a) 

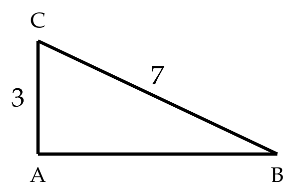
b) 

c) 

2) Les triangles suivants sont rectangles en A. Quelles sont les mesures exactes des angles $\widehat{\text{B}}$ et $\widehat{\text{C}}$. On donnera ensuite une valeur approchée au dixième.

a) 

b) 

c) 

EXERCICE 10

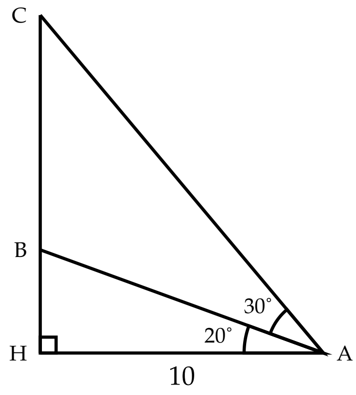
Dans la figure ci-contre

a) Pourquoi $HC = 10 \tan 50°$

b) Calculer BH et en déduire :

$$BC = 10(\tan 50° - \tan 20°)$$

c) Donner une mesure de BC à un centième près par défaut.



EXERCICE 11

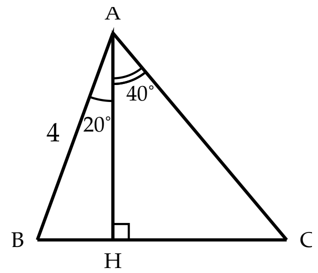
Dans la figure ci-contre

a) Pourquoi $AH = 4 \cos 20°$

b) En déduire :

$$HC = 4 \cos 20° \tan 40°$$

c) Donner une mesure de HC arrondie au dixième.

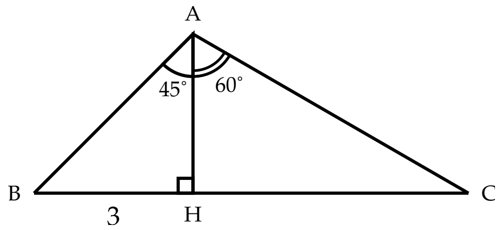


EXERCICE 12

Dans la figure ci-contre

a) Calculer les valeurs exactes de AH et HC

b) Démontrer que le périmètre du triangle ABC est égal à $9 + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$



EXERCICE 13

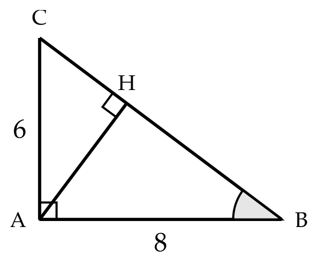
Dans la figure ci-contre

a) Calculer BC

b) En calculant de deux manières le cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$, démontrer que

$$BA^2 = BC \times BH$$

c) En déduite BH et HC



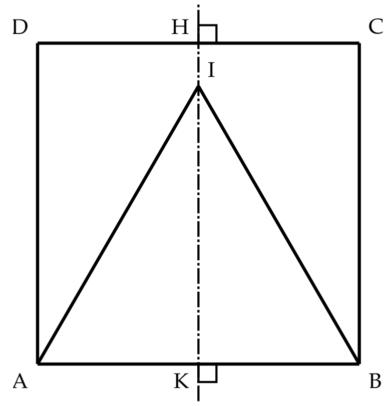
EXERCICE 14

Dans la figure ci-contre ABCD est un carré de côté 1. AIB est un triangle équilatéral. La médiatrice de [AB] et [DC] (qui passe par I) coupe (AB) en K et (DC) en H.

a) Démontrer que le triangle DAI est isocèle. En déduire que $\widehat{\text{HDI}} = 15°$.

b) Calculer IK. En déduire que : $\text{IH} = 1 - \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

c) Démontrer que $\tan 15° = 2 - \sqrt{3}$

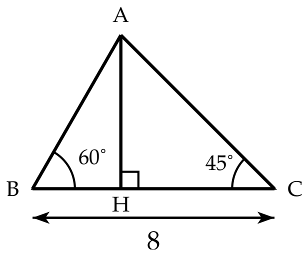


EXERCICE 15

Dans la figure ci-contre, on pose $\text{AH} = h$

a) Calculer BH et HC en fonction de h.

b) En déduire que : $h = 4(3 - \sqrt{3})$



EXERCICE 16

Fort Boyard. Un bateau garde le même cap (représenté par la droite bleue). A un instant donné, le commandant annonce qu'il voit le fort Boyard sous un angle de 22°et un mile plus loin, il voit ce même fort sous un angle de 34°.

Il annonce alors que le bateau passera environ à un mile "au plus près" du fort.

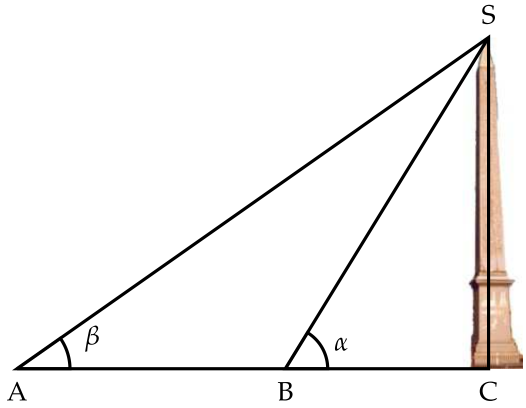
Pouvez vous confirmer cette affirmation ?

Exercice 17

Obélisque de la Concorde. Pour mesurer la hauteur de l'obélisque de la place de la Concorde à Paris, des topographes ont fait les relevés suivants :

$\alpha = 58,5^\circ \quad \beta = 35,1^\circ \quad \text{AB} = 18,7\ \text{m}$

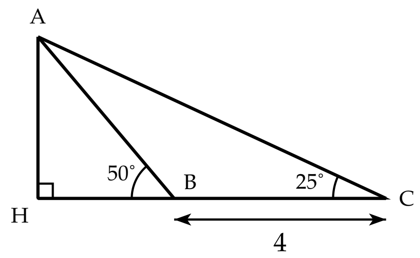
Calculer la hauteur de l'obélisque.



Exercice 18

Angles

1) Dans la figure ci-contre,
   a) Démontrer que le triangle ABC est isocèle
   b) En déduire la valeur exacte de AH puis sa mesure à un centième près par défaut.



2) Dans la figure ci-contre, Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{\text{AIB}}$?