

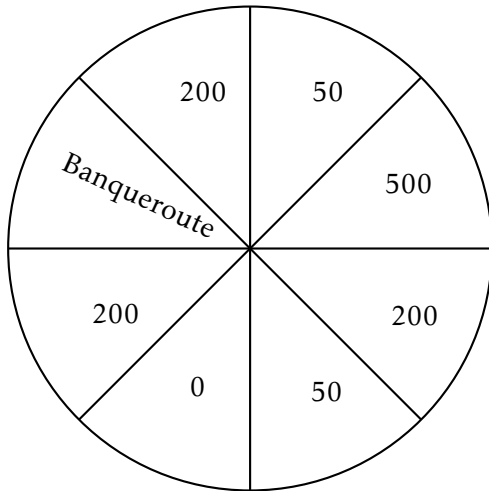
Probabilités

I- Epreuve aléatoire

Exemple :

Lors d'un jeu télévisé, les candidats font tourner cette roue :

- Il s'agit d'un jeu où le hasard intervient mais dont on peut prévoir les résultats : on dit qu'il s'agit d'une **épreuve aléatoire**.
- Les résultats possibles sont appelés **issues** et l'ensemble de toutes les issues est appelé **univers**, il est noté Ω .
Dans cet exemple, $\Omega =$
- Un **événement** est une partie de l'univers, par exemple :
 - A : « Ne rien gagner » A =
 - C : « Gagner plus de 100 € » C =
 - D : « Le résultat est un nombre inférieur à 400 » D =
- Lorsqu'un événement ne comporte qu'une seule issue, on dit que c'est un **événement élémentaire**, par exemple :
 - B : « Tomber sur banqueroute »
 - E : «
- L'univers Ω est appelé **événement certain** et l'ensemble vide \emptyset est appelé **événement impossible**.



II- Probabilités

1) Loi des grands nombres

Propriété:

Si on répète une expérience aléatoire d'univers $\Omega = \{x_1; x_2; x_3; \dots; x_r\}$ un grand nombre n de fois, alors la fréquence de réalisation de toute issue x_i se stabilise autour d'un nombre noté $P(x_i)$ appelé probabilité de cet événement.

Exemple 1:

On jette un dé à six faces non truqué. Si le nombre de lancers devient grand, les fréquences se stabilisent autour de $\frac{1}{6}$ qui est la probabilité d'apparition de chaque face.

2) Loi de probabilité

Définition:

On considère une expérience aléatoire d'univers Ω constitué de r issues x_i pour i allant de 1 à r , $\Omega = \{x_1; x_2; x_3; \dots; x_r\}$.

Une Loi de probabilité sur Ω est une fonction qui à toute éventualité x_i de l'univers des possibles Ω associe un nombre réel positif p_i de telle manière que $p_1 + p_2 + \dots + p_r = 1$.

Exemple 2:

On a " " chance sur " " de gagner 500€. On dit que la probabilité de gagner 500€ est

On peut ainsi associer à chaque événement élémentaire une **probabilité** :

issue x_i					
probabilité p_i					

3) Probabilité d'un événement**Propriété:**

- Pour tout événement A,
-
-
-

Exemple 3 (du jeu télévisé):

$P(A) =$ $P(C) =$ $P(D) =$

III- Équiprobabilité**Exemple 4:**

On lance un dé à six faces équilibré. $\Omega =$

La loi de probabilité est :

issue x_i						
probabilité p_i						

On dit qu'il y a **équiprobabilité** lorsque

Définition:

Lorsque les r issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité p de se réaliser, on parle de loi équirépartie ou de situation d'équiprobabilité. On a alors

$$p = \frac{1}{r}$$

Propriété (cas d'une loi équirépartie):

Dans le cas d'une loi équirépartie, la probabilité d'un événement A est :

Exemple 5:

La tableau suivant montre la répartition des personnels d'une usine :

	Cadres	Ouvriers	Total
Hommes	100	200	300
Femmes	50	150	200
Total	150	350	500

On rencontre une personne au hasard. On note H l'événement « la personne rencontrée est un homme » et C l'événement « la personne rencontrée est un cadre ».

Déterminer $P(H)$ et $P(C)$.

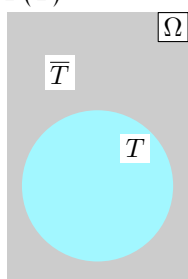
IV- Evénement contraire, intersection et réunion d'événements

Exemple 6:

On tire une carte dans un jeu de 32 cartes.

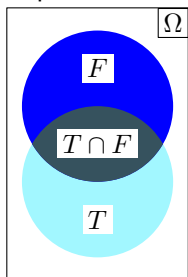
On note T : « La carte est un trèfle. », F : « La carte est une figure. » et R : « La carte est un rouge ».

- 1) On note \bar{T} l'événement contraire de T. Représenter à l'aide d'un diagramme T et \bar{T} et calculer $P(T)$ et $P(\bar{T})$



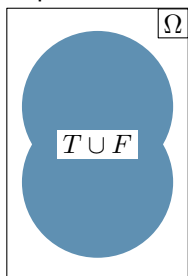
- 2) On appelle **intersection** des événements T et F, notée $T \cap F$, l'événement : « T et F se produisent en même temps ».

Représenter à l'aide d'un diagramme $T \cap F$ et calculer $P(T \cap F)$



- 3) On appelle **réunion** des événements T et F, notée $T \cup F$, l'événement : « T ou F se produit ou les deux ».

Représenter à l'aide d'un diagramme $T \cup F$ et calculer $P(T \cup F)$



- 4) Calculer $P(T)$ et $P(F)$. Comment peut-on retrouver $P(T \cup F)$?

5) Déterminer l'ensemble $T \cap R$ et calculer $P(T \cap R)$.

Propriété:

- Pour tout événement A , $P(\bar{A}) =$
- Pour tous événements A et B , $P(A \cup B) =$
- Si A et B sont incompatibles alors $P(A \cup B) =$

V- Utilisation d'un diagramme, d'un tableau ou d'un arbre

1) Utilisation d'un diagramme

Une classe de première compte 28 élèves. 12 d'entre eux pratiquent la natation, 7 le volley-ball et 13 ne pratiquent ni la natation, ni le volley-ball.

On désigne au hasard un élève de la classe. Calculer la probabilité qu'il pratique :

- 1) les deux sports
- 2) l'un au moins des deux sports.

2) Utilisation d'un tableau

Dans une mercerie, le stock de pelotes à tricoter comporte trois qualités : pure laine, laine mélangée et coton. On s'intéresse aux couleurs écru et bleu, on constate qu'il y a au total 2 000 pelotes.

- La moitié de ces pelotes est en laine mélangée et 40 % des pelotes en laine mélangée sont écruées.
- Il y a 1 200 pelotes écruées au total.
- 20 % des 2 000 pelotes sont en coton et il n'y a pas de coton bleu.

1) Complétez le tableau suivant :

	pure laine	laine mélangée	coton	total
écru				
bleu				
total				

2) Un enfant choisit au hasard une pelote parmi les 2 000 pelotes. Toutes les pelotes ont la même probabilité d'être choisies.

On considère les événements suivants :

B : « la pelote est bleue » et L : « la pelote est en pure laine »

- a. Calculer $P(B)$ et $P(L)$.
- b. Définir par une phrase en français les événements \bar{B} , $B \cap L$ et $B \cup L$. Calculer leurs probabilités.

3) Utilisation d'un arbre

Un paquet de 4 cartes contient un as de coeur, un roi de carreau, une dame de pique et un valet de coeur. On tire une carte dans le paquet puis, sans la remettre, on en tire une deuxième.

1) Représenter la situation par un arbre. Combien y a-t-il de tirages (de deux cartes) possibles ?

2) Calculer la probabilité des événements suivants :

- A : Tirer une dame puis un roi.
- B : Tirer deux figures masculines.
- C : Tirer deux coeurs.
- D : Tirer deux cartes noires.