Corrigé du brevet des collèges Pondichéry mai 2008

Durée : 2 heures

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES — 12 points

Exercice 1

1. $28 \times 10^{-3} = 0,028$.
2. $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$.
3. $\left(\dfrac{3}{4}\right)^2 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{9}{16} - \dfrac{4}{16} = \dfrac{5}{16}$.
4. $\dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{6} + 1 = \dfrac{4}{6} - \dfrac{5}{6} + \dfrac{6}{6} = \dfrac{5}{6}$.
5. $\dfrac{x}{2} = \dfrac{6}{5}$ entraîne $5x = 2 \times 6$ ou $x = \dfrac{12}{5} = 2,4$.

Exercice 2

1. On pose $A = (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2$.
   a. $A = (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 = x^2 - 2x + 1 + x^2 + x^2 + 2x + 1 = 3x^2 + 2$.
   b. On a vu dans la question précédente que la somme des carrés est égale à $3x^2 + 2$.
   Il faut donc résoudre l'équation $3x^2 + 2 = 1\,325$ ou $3x^2 = 1\,323$ ou $x^2 = 441$.
   Le seul nombre positif dont le carré est égal à 441 est 21.
   Les trois nombres sont donc : 20, 21 et 22.
2. On pose $B = 9x^2 - 64$.
   a. $B = 9x^2 - 64 = (3x)^2 - 8^2 = (3x+8)(3x-8)$.
   b. Soit x le(s) nombre(s) cherché(s) ; il faut que $3x^2 = 64$ ou encore $3x^2 - 64 = 0$, c'est-à-dire $B(x) = 0$ ou encore $(3x+8)(3x-8) = 0$; d'où $3x + 8 = 0$ ou $3x - 8 = 0$, soit finalement $x = -\dfrac{8}{3}$ ou $x = \dfrac{8}{3}$ (ces nombres ne sont pas entiers)

Exercice 3

1. $\left\{\begin{array}{rcr} x+y & = & 45 \\ 3x+5y & = & 163 \end{array}\right.$ ou $\left\{\begin{array}{rcr} 3x+3y & = & 135 \\ 3x+5y & = & 163 \end{array}\right.$ d'où par différence
   $2y = 163 - 135 = 28$, donc $y = 14$ et par complément à 45 dans la première équation : $x = 45 - 14 = 31$.
   Le couple solution est $(31~;~14)$.
2. Si x est le nombre d'objets A et y celui d'objets du type B, on a :
   $\left\{\begin{array}{rcr} x+y & = & 45 \\ 3x+5y & = & 163 \end{array}\right.$ soit le système précédent. Il y a donc 31 objets du type A et 14 du type B.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES 12 points

L'exercice 2 a été supprimé en conformité avec le nouveau programme.

Exercice 1

1. On a $\dfrac{\text{OS}}{\text{OA}} = \dfrac{7}{10} = 0,7$ et $\dfrac{\text{OR}}{\text{OB}} = \dfrac{5,6}{8} = 0,7$.
   L'égalité $\dfrac{\text{OS}}{\text{OA}} = \dfrac{\text{OR}}{\text{OB}}$ montre par réciproque de la propriété de Thalès que les droites (RS) et (AB) sont parallèles.
2. Le triangle ORS inscrit dans un cercle dont l'un de ses côtés est un diamètre est rectangle en R.
3. Dans le triangle ORS rectangle en R, on a $\cos\widehat{\text{ROS}} = \dfrac{\text{OR}}{\text{OS}} = \dfrac{5,6}{7} = 0,8$.
   La calculatrice donne $\widehat{\text{ROS}} \approx 36,87°$.
   Or $\widehat{\text{ROS}} = \widehat{\text{AOB}}$, car ils sont opposés par le sommet. Donc $\widehat{\text{AOB}} \approx 37°$(au degré près).

PROBLÈME 12 points

Les deux parties sont indépendantes

PREMIÈRE PARTIE

1. Le nombre de cadres et de dessous de tables doivent être des diviseurs de 376 et 470. Le nombre maximal correspond au diviseur commun le plus grand, soit le PGCD à 376 et 470.
   Calcul du PGCD par l'algorithme d'Euclide :
   $470 = 376 \times 1 + 94$;
   $376 = 94 \times 4 + 0$.
   Le PGCD est donc 94.
2. Comme $470 = 5 \times 94$ et $376 = 4 \times 94$, chacun des 94 colis contient 5 cadres et 4 dessous de plat.

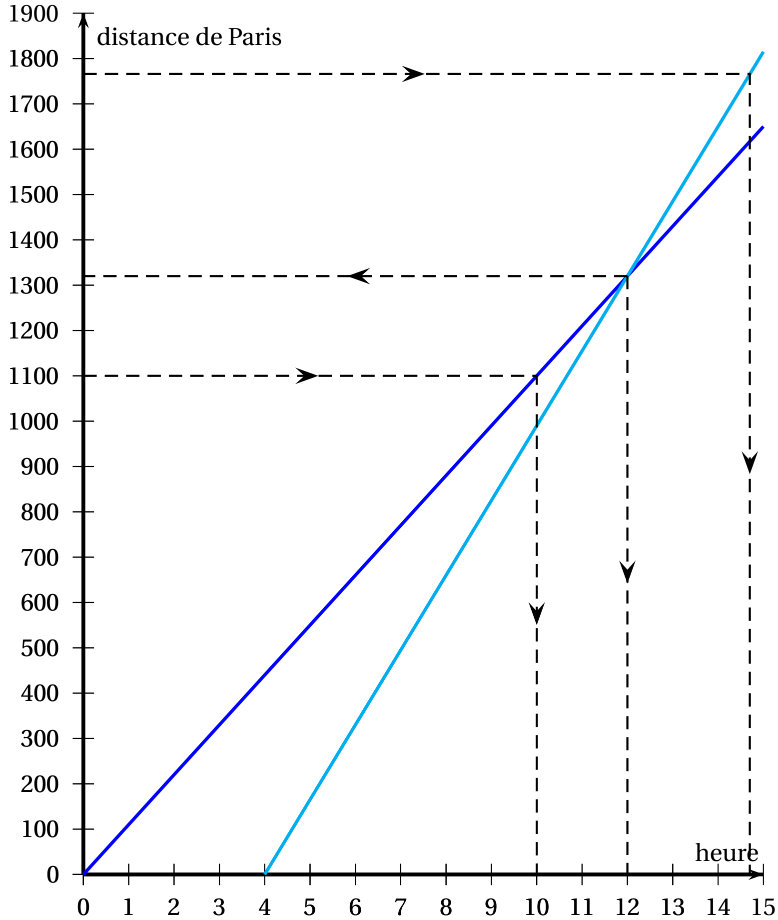
DEUXIÈME PARTIE

1. **a.**
   - Le train 1 parcourt 110 km en 1 h donc 550 km en 5 h.
   - Le train 2 part à 4 h.
   - Le train 2 parcourt 165 km en 1 h.

   b.

Heure	0 h 00	1 h 00	4 h 00	5 h 00	10 h 00	15 h 00
Distance parcourue par le train 1 (en km)	0	110	440	*550*	1 100	1 650
Distance parcourue par le train 2 (en km)			*0*	*165*	990	1 815

2.



3. On projette le point commun aux deux représentations : on lit comme abscisse : 12 (h) et comme ordonnée à peu près 1 320 km de Paris.

4. **a.** On trace l'horizontale contenant le point (0 ; 1 100) ; la première droite rencontrée correspond au temps le plus petit ; il faut choisir le train 1, avec lequel les colis arriveront à 10 h.

   b. Même chose avec l'horizontale contenant le point (0 ; 1 766) ; la première droite rencontrée correspond au temps le plus petit ; il faut choisir le train 2, avec lequel les colis arriveront à peu près à de 14,7 h soit à 14 h 42 min environ.