Fractions (bases)

Chapitre 3

I — Bases

Définitions

Une <u>fraction</u> est une écriture de la forme $\frac{a}{b}$ (se lit « a sur b »), où a s'appelle le <u>numérateur</u> et b le <u>dénominateur</u>. Les deux sont séparés par un <u>trait de fraction</u>.

ATTENTION !!!

Il n'y a jamais de virgule dans une fraction, si une virgule apparaît au numérateur et/ou au dénominateur, on appelle alors cette écriture un <u>quotient</u>.

*Exemples : En primaire, on a déjà vu des fractions **<u>décimales</u>**, c'est-à-dire qui ont toujours un dénominateur qui vaut 10, 100 ou 1 000…*
Un peu plus tard, d'autres fractions ont été vues comme $\frac{4}{5}$ ou $\frac{13}{20}$.
La première se lit « 4 cinquièmes » (ou « 4 sur 5 ») et l'autre « 13 vingtièmes » (ou «13 sur 20 »).

Propriété

Un fraction est avant tout une division ! Une fraction n'est donc rien d'autre qu'<u>un seul nombre</u>. Par conséquent, plusieurs fractions écrites différemment peuvent donner le même résultat (comme $\frac{4}{5}$ et $\frac{16}{20}$).

Remarque

Effectivement, en se rappelant de la première propriété de ce chapitre, on constate que $\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0{,}75$ et $\frac{6}{8} = 6 \div 8 = 0{,}75$ aussi, ce qui est donc cohérent !

À la calculatrice

Pour saisir une fraction sur la calculatrice, on utilise la touche ▭. Il faut savoir que la calculatrice essaye toujours de donner le résultat sans aucune virgule. Trois cas de figures peuvent donc se produire :

- ▭ 1 2 ▼ 3 = affichera logiquement 4 (car $12 \div 3 = 4$).
- ▭ 3 ▼ 4 = affichera… $\frac{3}{4}$! Pour l'obliger à afficher le résultat sous forme de nombre décimal, il faudra appuyer sur la touche S⇔D.
- ▭ 4 ▼ 6 = affichera $\frac{2}{3}$. On remarque que la calculatrice a affiché une fraction différente, car **elle simplifie automatiquement les fractions** (voir au paragraphe suivant). On peut aussi appuyer sur S⇔D pour obtenir la valeur décimale, mais attention au nombre de chiffres après la virgule (voir chapitre n° 15, p. 41)…

Oral : 11 p. 66	En classe : 23, 31 p. 67	À la maison : 24, 25, 32 p. 67

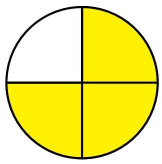
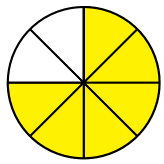
II — Fractions égales

Propriété (« règle d'or »)

On ne change pas une fraction en multipliant (ou en divisant) son numérateur <u>ET</u> son dénominateur par un même nombre.
Autrement dit : $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a \times k}{b \times k}$ et $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a \div k}{a \div k}$.

Exemple :

Voici deux pizzas de même taille découpées en 4 parts égales pour la première et 8 parts égales pour la seconde. Les parts mangées ont été représentées en jaune. On détermine la fraction correspondante pour chacune des deux pizzas :

 = 

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

La proportion de pizza mangée est la même sur les deux pizzas : les fractions sont donc égales. En effet, on constate que :

$$\frac{3}{4} \overset{\times 2}{=} \frac{6}{8} \quad \text{et} \quad \frac{6}{8} \overset{\div 2}{=} \frac{3}{4}.$$

Définitions

Lorsqu'on utilise la règle d'or des fractions en divisant, on dit qu'on <u>simplifie</u> la fraction. On peut simplifier plusieurs fois de suite une fraction, mais lorsqu'on n'y arrive plus, on dit qu'on a obtenu une <u>fraction irréductible</u>.

■ **EXERCICE :** Donner 4 quotients (2 avec des nombres plus petits et 2 avec des plus grands) égaux à $\dfrac{5}{20}$ et $\dfrac{27}{4{,}5}$.

<u>Solution</u> : $\dfrac{5}{20} = \dfrac{2{,}5}{10} = \dfrac{1}{4} = \dfrac{10}{40} = \dfrac{15}{60}$ et $\dfrac{27}{4{,}5} = \dfrac{9}{1{,}5} = \dfrac{3}{0{,}5} = \dfrac{6}{1} = \dfrac{54}{9}$.

ATTENTION !!!

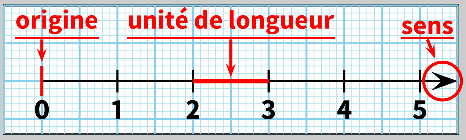
Il ne faut pas oublier que la calculatrice simplifie *automatiquement* les fractions : il faut donc s'attendre à ce qu'elle affiche des résultats différents de ce qui est demandé... C'est pourquoi il faut obligatoirement apprendre par cœur et savoir utiliser la règle d'or !

Oral :	En classe :	À la maison :
—	48a p. 68	48bcd p. 68 + 49 p. 69 + simplifications

III — Demi-droite graduée

Définitions (rappels)

On appelle demi-droite graduée une demi-droite qui possède une origine (toujours le zéro), un sens (représenté par une flèche) et une unité de longueur fixée :



Propriété (rappel)

Sur une demi-droite graduée, chaque point est représenté par un nombre qui est son abscisse. Inversement, à chaque nombre correspond un point unique.

Notation : « Le point P d'abscisse 3,5 » s'écrit mathématiquement « $P(3{,}5)$ ».

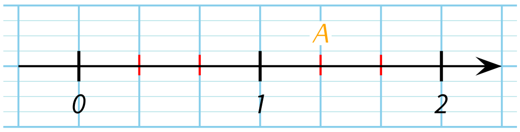
Méthode (PLACER UN POINT D'ABSCISSE DONNÉE)

Pour placer le point $A\left(\frac{4}{3}\right)$ sur une demi-droite graduée,

1. **Il faut diviser chaque unité de longueur en 3 morceaux égaux : on rajoute des petites graduations.**
2. **On compte ensuite 4 graduations (petites *et* grandes, mais sans compter l'origine) et on place le point A !**

Exemple :

Placer le point $A\left(\frac{4}{3}\right)$ sur la demi-droite graduée ci-contre.

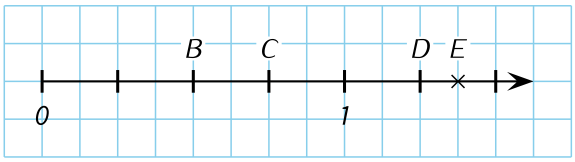


Méthode (LIRE L'ABSCISSE D'UN POINT DONNÉ)

1. **On regarde en combien de morceaux l'unité de longueur a été partagée → on a le dénominateur.**
2. **On regarde quelle est l'abscisse du point sur la *petite* graduation (c'est donc forcément un nombre entier) → on a le numérateur.**

Exemple :

Lire l'abscisse des points B,C et D.



L'unité de longueur (de 0 *à* 1*) est partagée en* 4 *morceaux. Les abscisses seront donc des fractions de dénominateur* 4*. Il ne reste plus qu'à compter : $B\left(\frac{2}{4}\right)$, $C\left(\frac{3}{4}\right)$ et $D\left(\frac{5}{4}\right)$. Pour B, on peut aussi voir qu'il est pile au milieu de* 0 *et* 1*, donc son abscisse peut aussi s'écrire $\frac{1}{2}$…*

■ **EXERCICE :** Lire l'abscisse du point E sur la demi-droite graduée ci-dessus, dessinée sur les petits carreaux.

Solution : ATTENTION ici, car le point E se trouve pile entre 2 petites graduations : il faut donc **imaginer** que **chaque** graduation est coupée en deux. L'unité de longueur est ainsi partagée en 8 morceaux et le point E se trouve sur la 11ᵉ graduation, d'où $E\left(\frac{11}{8}\right)$.

On verra au chapitre n° 9 (p. 26) comment placer des points ou lire des abscisses à partir de nombres décimaux !

Oral : 12, 13, 14, 17 p. 66	En classe : 26 p. 67	À la maison : 27, 28, 29, 34 p. 67

Problème ouvert : 88 p. 73