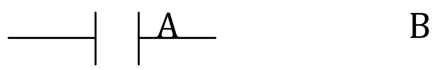
ثنائي القطب RC

1-المكثف:

1-1تعريف:

يتكون المكثف من موصلين كهربائيين يفصل بينهما جسم عازل يسمى العازل الاستقطابي ،نسمي كل موصل باللبوس .
يرمز للمكثف كالتالي :

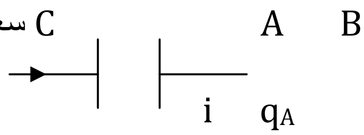


2-1 شحن وتفريغ المكثف :

عندما نطبق توترا $U_{AB} > 0$ بين مربطي مكثف فانه يشحن بحيث تكون الشحنة المرتبطة باللبوس A موجبة $q_A > 0$
وتكون الشحنة المرتبطة باللبوس B سالبة $q_B < 0$ مع $q_A = -q_B$ و $q_B = -q_A$,

3-1العلاقة بين الشخنة والتوتر العسة:

تتناسب الشحنة q_A للمكثف مع التوتر U_{AB} بين مربطيه يرمز لمعامل التناسب بالحرف C ،يسمى سعة المكثف ، ووحدته الفاراد (F) . نكتب: $q_A = C.U_{AB}$ حيث: q_A شحنة المكثف ب(C)
U_{AB} التوتر بين مربطي المكثف ب(v)
C سعة المكثف ب (F)



أجزاء الفاراد:

$1mF=10^{-3}F$

$1\mu F=10^{-6}F$

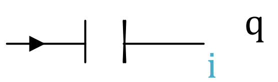
$1nF=10^{-9}F$

4-1العلاقة بين الشحنة q وشدة التيار i :

تساوي شدة التيار الكهربائي i الذي يصل الى لبوس المكثف الحامل للشحنة q ، مشتقة هذه الشحنة بالنسبة للزمن . نكتب:

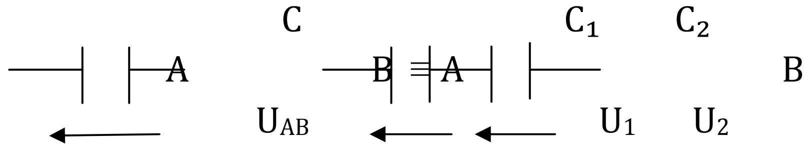
$i=\frac{dq}{dt}$
| i شدة التيار i ب (A)
| q شحنة اللبوس الذي يتجه نحوه السهم الموجه للدارة ب(C) .
| t الزمن ب (s) .

- أثناء شحن المكثف : تكون $i=\frac{dq}{dt} > 0$ أي أن التغير dq للشحنة المتراكمة على اللبوس Aالذي يتوجه نحوه التيار ، يكون موجبا $dq>0$.
- أثناء تفريغ المكثف : تكون $i<0$ أي أن الشحنة المتراكمة على اللبوس A تتغير خلال المدة dt ،بحيث تتناقص بالقيمة $dq<0$



5-1تجميع المكثفات:

✓ التجميع على التوالي

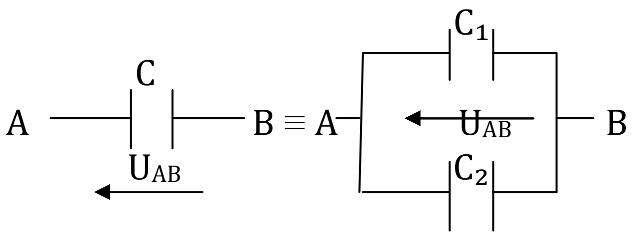


المكثف المكافئ لتجميع مكثفين على التوالي سعتاهما C_1 و C_2 مكثف سعته C تحقق العلاقة التالية:

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{Ci} = \frac{1}{C1} + \frac{1}{C2}$$

الفائدة من التركيب على التوالي هو التمكن من تطبيق توتر مرتفع لا يمكن لمكثف واحد تحمله لوحده.

✓ التجميع على التوازي:



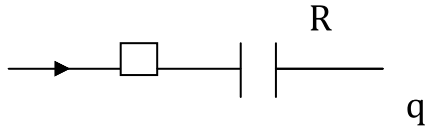
المكثف المكافئ لتجميع مكثفين على التوازي سعتاهما C_1 و C_2 مكثف سعته C تحقق العلاقة :

$C=\sum Ci=C_1+C_2$

الفائدة من التركيب على التوازي هو الرفع من السعة وبالتالي تخزين كمية كهرباء أكبر.

2- استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر:

نسمي ثنائي القطب RC التركيب على التوالي لمكثف سعته C وموصل أومي مقاومته R .



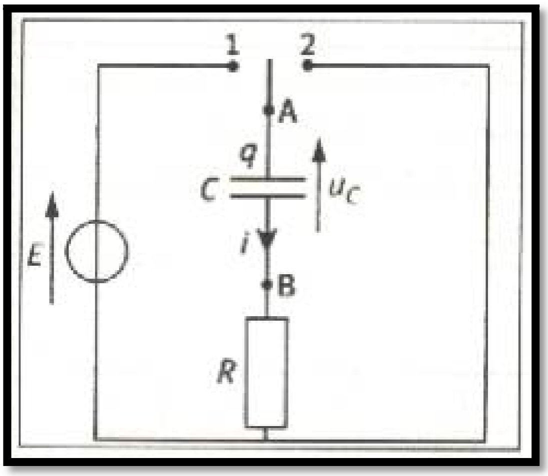
رتبة التوتر:

يكون ثنائي القطب خاضع لرتبة توتر اذا تغير التوتر تغير فجأة بين القيمة صفر و القيمة E.

2-1استجابة ثنائي القطب RC لرتبة صاعدة للتوتر :

تكون رتبة صاعدة للتوتر اذا تغيرت قيمة التوتر من القيمة 0 الى القيمة E. قاطع التيار في الموضع(1) .

عندما تكون t<0 تكون U=0 و عندما تكون t>0 تكون U=E .(قاطع التيار في الموضع 1)



ا-المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_C بين مربطي المكثف :

نوجه الدارة أولا بحيث نختار منحى موجبا لمنحى التيار الكهربائي هو منحى E .

نطبق قانون اضافية التوترات :

(1) $E=U_R+U_C$

لدينا : $U_R=Ri$ ولدين أيضا : $i=\frac{dq}{dt}$

بما أن : $q=CU_C$ فان : $i=\frac{dCUc}{dt}=C\frac{dUc}{dt}$

المعادلة (1) تكتب :

$\boxed{RC\frac{dUc}{dt}+Uc=E}$ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر Uc .

ب- حل المعادلة التفاضلية :

حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي: $Uc=Ae^{-Kt}+B$ مع A و B و K ثوابت

نعوض تعبير Uc و $\frac{dUc}{dt}$ بتعبير هما في المعادلة التفاضلية .

حيث $\frac{dUc}{dt}$ مشتقة الدالة Uc بالنسبة للزمن .

$$\frac{dUc}{dt}=\frac{d(Ae^{-Kt})}{dt}=A\frac{de^{-kt}}{dt}=-Ake^{-Kt}$$

المعادلة التفاضلية نكتب:

$$\text{-RCkA}e^{-kt}+Ae^{-Kt}+B=E$$

$$\text{A}e^{-Kt}(1-RCk)=E-B$$

لكي تتحقق هذه المتساوية ايا كانت قيمة t ،اذن: $\begin{cases} E-B=0 \\ \text{و } 1-RCk=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B=E \\ \text{و } k=\frac{1}{RC} \end{cases}$

نسمي المقدار RC بثابتة الزمن نرمز له ب τ نكتب : τ =RC

يصبح حل المعادلة التفاضلية : $\text{Uc=A}e^{-\frac{t}{RC}}+E$

لتحديد A نستعمل الشروط البدئية :

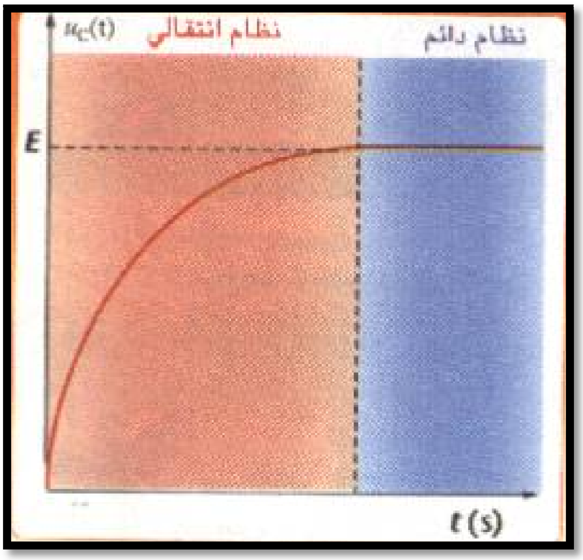
عند t=0 لدينا Uc=0 اذن : A+E=0 أي A=-E

حل المعادلة التفاضلية هو:

$\text{Uc=E(1-}e^{-t/\tau})$

يبرز المنحنى الممثل للدالة Uc=f(t) وجود نظامين:

- النظام الانتقالي : تتغير Uc من (الى E .
- النظام الدائم : تستقر Uc عند القيمة E .



ج- معادلة الأبعاد لτ :

τ = RC

لدينا : U=Ri أي $R=\frac{U}{i}$ وبالتالي : $[R]=\frac{[U]}{[i]}$

لدينا : q=CU و $i=\frac{dq}{dt}$ أي: $i=\frac{d(CU)}{dt}=C\frac{dU}{dt}$

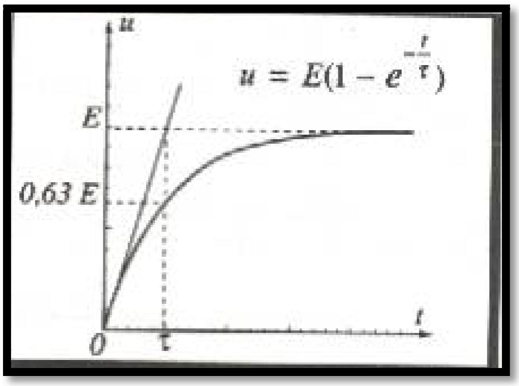
ومنه $C=\frac{i}{\frac{dU}{dt}}$ وبالتالي : $[C]=\frac{[i].[t]}{[U]}$

$$[\tau]=\frac{[U]}{[i]}.\frac{[i].[t]}{[U]}=[t]$$

اذن لτ بعد زمني لذلك تسمى ثابتة الزمن .

د- تحديد قيمة τ:

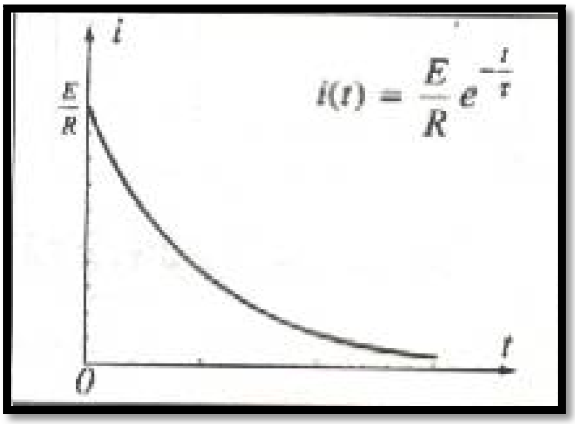
- تحدد τ بحساب الجداء RC .
- يمكن تحديد τ مبيانيا :
  - قيمة τ هي الأفصول الموافق لقيمة الأرتوب $\text{Uc}(\tau)\text{=E(1-}e^{-1})=0,63E$
  - قيمة τ هي قيمة أفصول نقطة تقاطع مماس المنحنى Uc=f(t) عند t=0 والمقرب الأفقي Uc=E



.

ه- تعبير شدة التيار المار في الدارة أثناء الشحن :

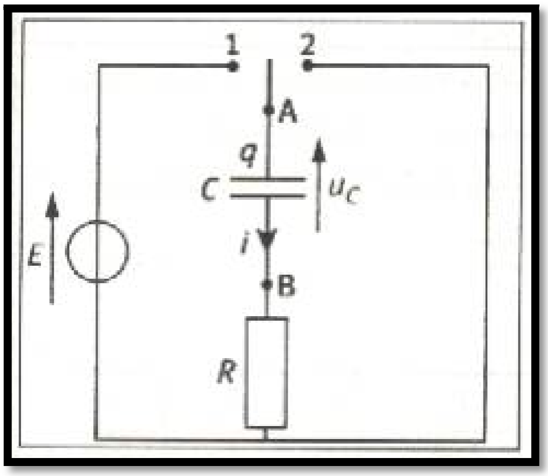
$$i = \frac{dq}{dt} \Leftarrow i = C\frac{dU}{dt} \Leftarrow i = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}$$



2-2 استجابة ثنائي القطب RC لرتبة نازلة :

تكون رتبة نازلة للتوتر اذا كان التوتر : U=E عند t<0

وU=0 عند t>0



عند فتح قاطع التيار في الدارة يتغير التوتر من القيمة U=E الى U=0 .

أ- المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر Uc أثناء تفريغ المكثف .

$U_R + Uc = 0$

$Ri + Uc = 0$

مع $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{dUc}{dt}$

اذن: $RC\frac{dUc}{dt} + Uc = 0$

نعوض τ ب RC نستنتج: $\left(\tau\frac{dUc}{dt} + Uc = 0\right)$ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر Uc بين مربطي المكثف أثناء تفريغه .

ب- حل المعادلة التفاضلية :

يكتب الحل على الشكل : $Uc=A'e^{-k't}+B'$

تحديد الثوابت 'A و 'B و 'k .

+ نشتق تعبير Uc بالنسبة للزمن . $\frac{dUc}{dt}=-A'k'e^{-k't}$

++ نعوض في المعادلة التفاضلية : $-\tau A'k'e^{-k't}+A'e^{-k't}+B'=0$

$A'e^{-k't}(1-\tau k')+B'=0$

$B'=0$ و $k'=\frac{1}{\tau}$ اذن المعادلة تكتب : $Uc=A'e^{-t/\tau}$

+++ لتحديد 'B نستعمل الشروط البدئية :

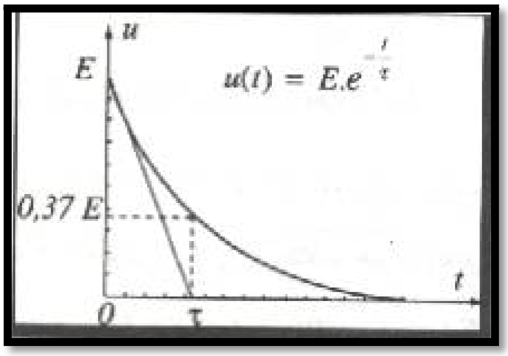
عند $t=0$ يكون $Uc=E$ ومنه $\boxed{Uc=Ee^{-t/\tau}}$

ج- منحنى تغيرات Uc بدلالة الزمن :

يبرز المنحنى وجود نظامين :

- نظام انتقالي : يتناقص Uc من E الى0.
- نظام دائم : تستقر Uc عند القيمة 0 .

د- تعيين ثابتة الزمن τ:



- حسابيا τباستعمال العلاقة τ=RC
- مبيانيا :

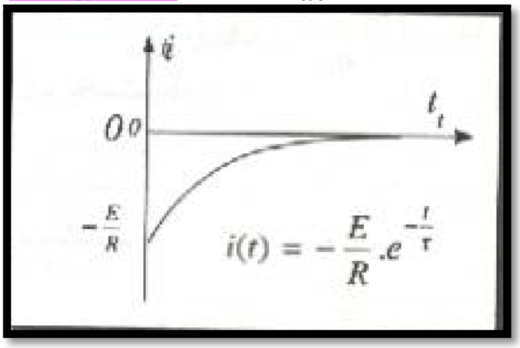
✓ τ هي الأفصول الموافق للأرتوب $Uc(\tau)=Ee^{-1}=0,37E$

✓ τهي أفصول تقاطع مماس المنحنى Uc=f(t) عند t=0 مع محور الأفاصيل .

ه- تعبير شدة التيار أثناء تفريغ المكثف عبر موصل أومي :

لدينا : $i=\frac{dq}{dt}=c\frac{dUc}{dt}$ مع $Uc=Ee^{-t/\tau}$

اذن: $i=C\frac{d}{dt}(Ee^{-t/\tau})$ أي $\boxed{i=-\frac{E}{R}e^{-t/\tau}}$



3-2 الطاقة المخزونة في المكثف :

تعبير الطاقة المخزونة في المكثف : $\boxed{E=\frac{1}{2}.\frac{q^2}{C}}$

بما أن q=CU فان $E=\frac{1}{2}\frac{(CU)^2}{C}$ اذن : $\boxed{E=\frac{1}{2}CU^2}$

وحدة الطاقة الجول J .