

تصحيح الامتحان الوطني للفيزياء 2013 الدورة العادية  
مسلك العلوم الرياضية

## الكيمياء

### الجزء الأول : من التحول الكيميائي غير الكلي الى التحول الكلي

#### 1-التتبع الزمني لتحول كيميائي

##### 1.1-تعريف زمن التفاعل :

زمن نصف التفاعل هو المدة الزمنية اللازمة لكي يأخذ تقدم التفاعل نصف قيمته النهائية .

$$t_{1/2} = 15 \text{min} \quad \text{على } x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = \frac{0,08}{2} = 0,04 \text{ mol}$$

##### 2.1-حساب قيمة السرعة الحجمية $v(0)$ :

$$V_B = \frac{m(B)}{\rho(B)} = \frac{n(B) \cdot M(B)}{\rho(B)} = \frac{0,12 \times 88}{0,810} = 13 \text{mL} \quad \text{حساب حجم الكحول المستعمل:}$$

$$V = V_A + V_B = 11 + 13 = 24 \text{mL} \quad \text{ومنه حجم الخليط:}$$

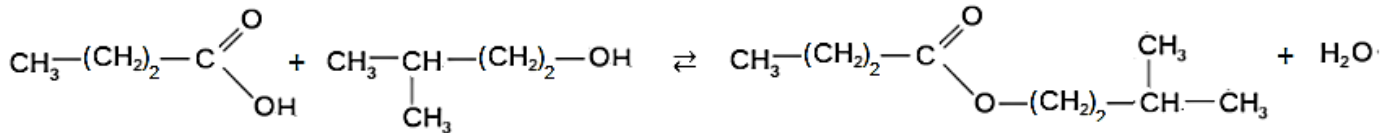
$$v = \frac{1}{V} \times \frac{dx}{dt} \quad \text{السرعة الحجمية عند اللحظة } t \text{ تعطى العلاقة التالية :}$$

حساب السرعة الحجمية عند اللحظة  $t = 0$  :

$$v(0) = \frac{1}{V} \cdot \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} \right)_{t=0} = \frac{1}{24 \cdot 10^{-3} \text{L}} \times \frac{(0,08-0) \text{mol}}{(25-0) \text{min}} \Rightarrow v \approx 0,13 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{mn}^{-1} \quad \text{مبيانيا نجد :}$$

#### 2-مردود التفاعل

##### 2.1-معادلة تفاعل الاسترة :



اسم الاستر : بوتانوات 3-مethyl البوتيل

##### 2.2-كمية مادة الحمض البدئية $n_i(A)$ :

$$n_{i(A)} = \frac{m(A)}{M(A)} = \frac{\rho(A) \cdot V_A}{M(A)} = \frac{0,056 \times 11}{88} \Rightarrow n_i(A) \approx 0,12 \text{ mol}$$

##### 2.3-حساب قيمة ثابتة التوازن $K$ :

الجدول الوصفي لتقدم التفاعل :

المعادلة الكيميائية		$A + B \rightleftharpoons E + H_2O$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	0,12	0,12	0	0
حالة التحول	x	0,12 - x	0,12 - x	x	x
الحالة النهائية	$x_{\text{éq}}$	0,12 - $x_{\text{éq}}$	0,12 - $x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

$$K = Q_{r,eq} = \frac{[E]_{eq} \cdot [eau]_{eq}}{[A]_{eq} \cdot [B]_{eq}} = \frac{\frac{x_{eq}}{V} \cdot \frac{x_{eq}}{V}}{\frac{n_A - x_{eq}}{V} \cdot \frac{n_B - x_{eq}}{V}} \Rightarrow K = \frac{x_{eq}^2}{(0,12 - x_{eq})^2}$$

$$K = 4 \Leftrightarrow K = \frac{0,08^2}{(0,12 - 0,08)^2} \Leftrightarrow x_{eq} = 0,08 \text{ mol}$$

مبيانيا نجد :

2.4-أ-حساب التقدم النهائي :

جدول تقدم التفاعل :

المعادلة الكيميائية		$A + B \rightleftharpoons E + H_2O$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	0,12	0,24	0	0
حالة التحول	x	0,12 - x	0,24 - x	x	x
الحالة النهائية	$x_{eq}$	0,12 - $x_{eq}$	0,24 - $x_{eq}$	$x_{eq}$	$x_{eq}$

$$K = \frac{[E]_f \cdot [eau]_f}{[A]_f \cdot [B]_f} = \frac{\frac{x_{eq}}{V} \cdot \frac{x_{eq}}{V}}{\frac{n_A - x_{eq}}{V} \cdot \frac{n_B - x_{eq}}{V}} = \frac{x_{eq}^2}{(0,12 - x_{eq}) \cdot (0,24 - x_{eq})} = 4$$

$$3x_{eq}^2 - 1,44x_{eq} + 0,1152 = 0 \text{ : ومنه نجد :}$$

$$\Delta = 0,6912 \text{ هناك حلين :}$$

$$x_1 = 0,38 \text{ mol} > x_{max} \quad \checkmark \text{ لا يمكن}$$

$$x_2 = 0,10 \text{ mol} \quad \checkmark$$

$$\text{اذن : } x_{eq} = 0,1 \text{ mol}$$

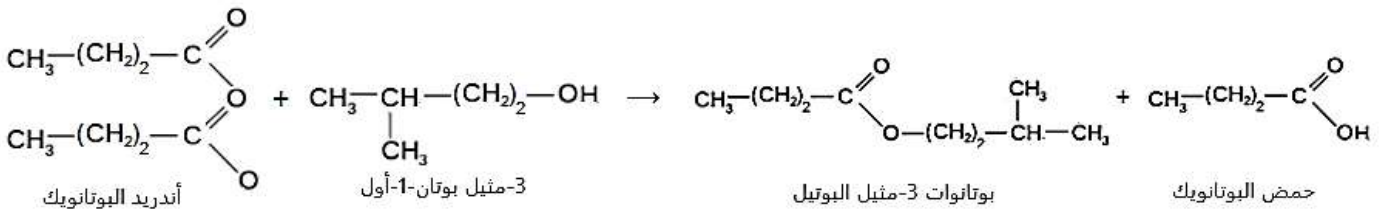
ثابتة التوازن لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة ومنه  $K$  ستحتفظ بنفس القيمة السابقة .

$$r = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{0,1}{0,12} = 0,83 \Rightarrow r = 83 \%$$

ب-مردود التفاعل :

### 3-التحكم في تطور المجموعة الكيميائية

3.1-معادلة التفاعل :



3.2-حساب الكتلة  $m(E)$  :

$$n_i(B) = \frac{\rho(B) \cdot V_B}{M(B)} = \frac{0,810 \times 13}{88} \approx 0,12 \text{ mol} \quad \text{كمية مادة الكحول البدئية :}$$

$$n_i(AN) = \frac{\rho(AN) \cdot V_{AN}}{M(AN)} = \frac{0,966 \times 14}{158} \approx 0,085 \text{ mol} \quad \text{كمية مادة الأندريد البدئية :}$$

$$x_{max} = n_i(AN) = 0,085 \text{ mol} \quad \text{المتفاعل المحد هو الأندريد ومنه التقدم الأقصى هو :}$$

$$x_{max} = 0,085 \text{ mol} \quad \text{التفاعل الكلي} \Leftarrow \text{كمية مادة الاستر الناتج :} \quad n(E) = x_{max}$$

$$m(E) = x_{max} \cdot M(E) = 0,085 \times 158 \Rightarrow m(E) \approx 13,4 \text{ g}$$

للتذكير فإن الصيغة الإجمالية للاستتر E هي نفس صيغة أندريد البوتانيك :  $C_9H_{18}O_2$   $\Leftarrow$  كتلته المولية :  $M = 158g.mol^{-1}$

## الجزء الثاني : من التحولات التلقائية الى التحولات القسرية

### 1-التحول التلقائي

1.1-إلكتروود المرتبط بالمربط الموجب للامبير متر هو الكاثود وبالتالي صفيحة النحاس هو الكاثود.

1.2-حساب كمية الكهرباء Q :

وجوار الكاثود يحدث تفاعل الاختزال التالي :  $Cu^{2+} + 2e^{-} \rightarrow Cu$

بجوار الكاثود يحدث تفاعل الاختزال التالي :  $Zn^{2+} + 2e^{-} \rightarrow Zn$

حصيلة التفاعل الذي يحدث :  $Zn_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)} \rightarrow Zn^{2+}_{(aq)} + Cu_{(s)}$

الجدول الوصفي :

حالة المجموعة	$Zn_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)} \rightarrow Zn^{2+}_{(aq)} + Cu_{(s)}$				كمية مادة É المتبادلة
البدئية	$n_i(Zn)$	$n_i(Cu^{2+})$	$n_i(Zn^{2+})$	$n_i(Cu)$	$n(\acute{e}) = 0$
بعد تمام المدة $\Delta t$	$n_i(Zn) - x$	$n_i(Cu^{2+}) - x$	$n_i(Zn^{2+}) + x$	$n_i(Cu) + x$	$n(\acute{e}) = 2x$

حسب الجدول لدينا :

$$Q = 2x.F \text{ ومنه } n(\acute{e}) = \frac{Q}{F} \text{ مع } 2x = n(\acute{e})$$

$$\Delta n(Cu^{2+}) = n_i(Cu^{2+}) - x - n_i(Cu^{2+}) = -x$$

تغير كمية مادة  $Cu^{2+}$  :

تغير تركيز  $Cu^{2+}$  يكتب :

$$\Delta[Cu^{2+}] = \frac{\Delta n(Cu^{2+})}{V} \Rightarrow \Delta n(Cu^{2+}) = \Delta[Cu^{2+}].V$$

$$Q = 2x.F = 2.(-\Delta n(Cu^{2+})).F \Rightarrow$$

$$Q = -2\Delta[Cu^{2+}].V.F$$

ت.ع :

$$Q = -2 \times [2,5 \times 10^{-3} - 10^{-2}] \times 150 \times 10^{-3} \times 96500 \Rightarrow Q \approx 217C$$

### 2-التحول القسري

2.1-تعيين الإلكتروود الذي يلعب دور الكاثود :

الصفيحة المرتبطة بالقطب السالب للوحة الشمسية هي الكاثود ، وبالتالي إلكترود الزنك هو الذي يلعب دور الكاثود.

2.2-المعادلة الحصيلة للتفاعل الكيميائي :

بجوار الأنود يحدث تفاعل الأكسدة :  $Cu \rightarrow Cu^{2+} + 2e^{-}$

بجوار الكاثود يحدث تفاعل الاختزال :  $Zn^{2+} + 2e^{-} \rightarrow Zn$

حصيلة التفاعل الذي يحدث :  $Zn^{2+}_{(aq)} + Cu_{(s)} \rightarrow Zn_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)}$

2.3-حساب المدة  $\Delta t$  :

الجدول الوصفي لتقدم التفاعل :

حالة المجموعة	$Zn^{2+}_{(aq)} + Cu_{(s)} \rightarrow Zn_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)}$				كمية مادة $\acute{e}$ المتبادلة
البدئية	$n_i(Zn^{2+})$	$n_i(Cu)$	$n_i(Zn)$	$n_i(Cu^{2+})$	$n(\acute{e}) = 0$
بعد تمام المدة $\Delta t$	$n_i(Zn^{2+}) - x$	$n_i(Cu) - x$	$n_i(Zn) + x$	$n_i(Cu^{2+}) + x$	$n(\acute{e}) = 2x$

لنحدد تركيز أيونات الزنك  $Zn^{2+}$  في اللحظة  $t=0$  أي عند وضع قاطع التيار في الموضع 2 .

$$[Zn^{2+}]_i = [Zn^{2+}]_0 + \frac{Q}{2.F.V} = 10^{-2} + \frac{217}{2 \times 96500 \times 0,15} = 17,5.10^{-3} mol/L$$

من خلال نصف المعادلة :  $Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$  يتضح أن كمية مادة  $Zn^{2+}$  المتفاعلة :

$$n(Zn^{2+}) = \frac{n(e^-)}{2}$$

ومن خلال جدول تقدم التفاعل كمية مادة  $Zn^{2+}$  المتفاعلة :  $n(Zn^{2+}) = x$  إذن :

$$x = \frac{n(e^-)}{2}$$

ونعلم أن :  $n(e^-) = \frac{I.\Delta t}{F}$  إذن  $x = \frac{I.\Delta t}{2.F}$  كذلك من خلال جدول تقدم التفاعل :

$$[Zn^{2+}] = [Zn^{2+}]_i - \frac{x}{V}$$

$$[Zn^{2+}]_i - [Zn^{2+}]_{\Delta t} = \frac{I.\Delta t}{2.F.V} \Leftrightarrow [Zn^{2+}]_{\Delta t} = [Zn^{2+}]_i - \frac{I.\Delta t}{2.F.V}$$

$$\Delta t = \frac{[Zn^{2+}]_i - [Zn^{2+}]_{\Delta t}}{I}$$

ومنه :

$$\Delta t = \frac{2 \times 96500 \times 0,15}{15.10^{-3}} \times (17,5.10^{-3} - 5.10^{-3}) = 24125s \Rightarrow \Delta t = 6 \text{ h } 42 \text{ min } 5 \text{ s}$$

ت.ع :

## الفيزياء

تمرين 1 من تبدد الضوء الى الحيود

### 1-تبدد الضوء

1.1-تعبير طول الموحة :

$$n_R = \frac{\lambda_{0R}}{\lambda_R} \Rightarrow \lambda_R = \frac{\lambda_{0R}}{n_R}$$

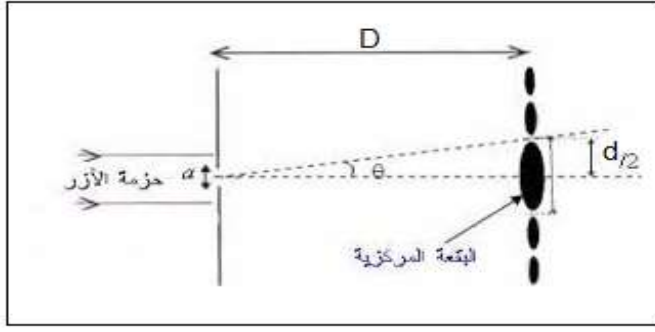
1.2-حساب قيمة كل من  $A$  و  $B$  :

$$\begin{cases} n_R = A + \frac{B}{\lambda_{0R}^2} \\ n_V = A + \frac{B}{\lambda_{0V}^2} \end{cases} \Rightarrow n_R - n_V = \frac{B}{\lambda_{0R}^2} - \frac{B}{\lambda_0^2} = B \left( \frac{1}{\lambda_{0R}^2} - \frac{1}{\lambda_0^2} \right) \Rightarrow B = \frac{n_R - n_V}{\frac{1}{\lambda_{0R}^2} - \frac{1}{\lambda_0^2}}$$

$$B = \frac{1,51 - 1,52}{\frac{1}{0,768^2} - \frac{1}{0,434^2}} \Rightarrow B = 2,77.10^{-3} \mu m^2$$

$$A = n_R - \frac{B}{\lambda_{0R}^2} \quad \text{لدينا : } n_R = A + \frac{B}{\lambda_{0R}^2} \quad \text{أي :}$$

$$A = 1,51 - \frac{2,77 \cdot 10^{-3}}{0,768^2} \Rightarrow A \approx 1,50$$



## 2- حيود الضوء :

2.1- تعبر  $d$  عرض البقعة المركزية :

$$\text{لدينا: } \tan \theta = \frac{d/2}{D} = \frac{d}{2D}$$

باعتبار الزاوية  $\theta$  صغيرة نكتب :  $\tan \theta \approx \theta$  أي:  $\theta = \frac{d}{2D}$

نعلم أن :  $\theta = \frac{\lambda}{a}$  ومنه فإن :  $\frac{d}{2D} = \frac{\lambda}{a}$  أي:  $d =$

$$2\lambda \cdot D \cdot \frac{1}{a}$$

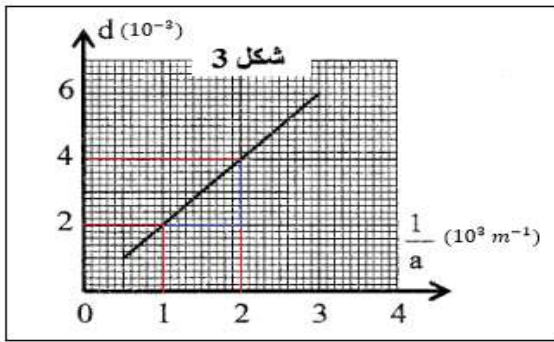
2.2- تحديد  $\lambda$  طول الموجة :

معادلة المنحنى  $d = f\left(\frac{1}{a}\right)$  هي :  $d = K \cdot \frac{1}{a}$

$$\text{المعامل الموجه : } K = \frac{\Delta d}{\Delta\left(\frac{1}{a}\right)} = \frac{(4-2) \times 10^{-3}}{(2-1)10^3} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\text{حيث : } 2\lambda \cdot D = K \text{ أي: } \lambda = \frac{K}{2D} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2 \times 1,5} = 667 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$\lambda = 667 \text{ nm}$$



## تمرين 2 : من الطاقة الشمسية الى الطاقة الكهربائية

### 1- شحن المكثف وتفريغه

1.1- موافقة كل جزء من المبيان بموضع قاطع التيار :

الجزء (a) يوافق قاطع التيار في الموضع 2

الجزء (b) يوافق قاطع التيار في الموضع 0

الجزء (c) يوافق قاطع التيار في الموضع 1

• استنتاج  $I_0$

$$\begin{cases} q(t) = I_0 \cdot t \\ q(t) = C \cdot u_C \end{cases} \Rightarrow I_0 \cdot t = C \cdot u_C \Rightarrow u_C = \frac{I_0}{C} \cdot t \quad (1)$$

معادلة الدالة  $u_C = f(t)$  هي :  $u_C = k \cdot t$  (2) بتطابق العلاقتين (1) و (2) نجد :  $\frac{I_0}{C} = k$  أي:  $I_0 = k \cdot C$

$$I_0 = \frac{2,25}{1,5} \times 0,1 \Rightarrow I_0 = 0,15 \text{ A} \quad \text{ت.ع.}$$

1.2- المعادلة التفاضلية التي تحققها  $q(t)$  شحنة المكثف :

أ- أثناء الشحن :

$$\text{لدينا: } q(t) = I_0 \cdot t \text{ أي: } dq = I_0 \cdot dt \text{ مع } I_0 = Cte \text{ ومنه: } \frac{dq}{dt} = I_0$$

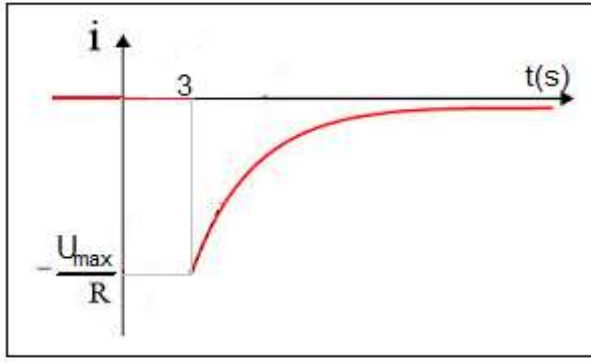
ب- خلال التفريغ :

$$\text{حسب قانون إضافية التوترات : } u_R + u_C = 0 \text{ أي: } Ri + u_C = 0 \Leftrightarrow R \frac{dq}{dt} + \frac{d}{C} = 0 \text{ نستنتج : } R \cdot C \cdot \frac{dq}{dt} + q = 0$$

$$\text{مع : } i = \frac{dq}{dt}$$

1.3- استنتاج تعبير شدة التيار  $i(t)$  :

يحدث التفريغ خلال المجال  $t \geq 3s$  حيث :



$$\begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \frac{d}{dt} \left( U_m \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} \right) \\ &= C \cdot U_m \left( -\frac{1}{\tau} \right) \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} \\ &= -\frac{C \cdot U_m}{\tau} \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} \\ &= -\frac{C \cdot U_m}{R \cdot C} \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}} \end{aligned}$$

$$i(t) = -\frac{U_m}{R} \cdot e^{-\frac{(t-3)}{\tau}}$$

$$i(t) = -\frac{2,25}{10} \cdot e^{-\frac{(t-3)}{10 \times 0,1}} \Rightarrow \text{ت.ع.}$$

$$i(t) = -0,225 \cdot e^{-(t-3)}$$

• تمثل هيئة المنحنى  $i = f(t)$  حيث  $t \geq 3s$  :

## 2- شحن مكثف بواسطة رتبة توتر صاعدة

2.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر  $u_C$  :

حسب قانون إضافية التوترات :  $u_R + u_C = U_0$

$$R_0 \cdot i + u_C = U_0$$

$$\text{مع : } i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \text{ ومنه : } R_0 \cdot C \frac{du_C}{dt} + u_C = U_0$$

2.2- تحديد الثابتين A و B :

حل المعادلة التفاضلية يكتب :  $u_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B$

في النظام الدائم لدينا  $t \rightarrow +\infty$  ومنه :  $e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow 0$  إذن :  $u_C(t) \rightarrow B$

مقارب المنحنى  $u_C(t)$  هو  $u_C = U_0 = 2,25 V$

$$B = U_0 = 2,25 V \quad \text{نستنتج :}$$

عند اللحظة  $t = 0$  لدينا :  $u_C(0) = A \cdot e^0 + B = 0$

$$A = -B = -2,25 V \quad \text{أي:}$$

2.3- تعبير شدة التيار  $i(t)$  أثناء الشحن :

$$i(t) = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \left[ -U_0 \left( -\frac{1}{\tau} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} + 0 \right] = \frac{C \cdot U_0}{R_0 \cdot C} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{وبالتالي : } u_C(t) = -U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + U_0$$

$$i(t) = \frac{U_0}{R_0} \cdot e^{-\frac{t}{R_0 C}} \quad \text{تعبير شدة التيار هو :}$$

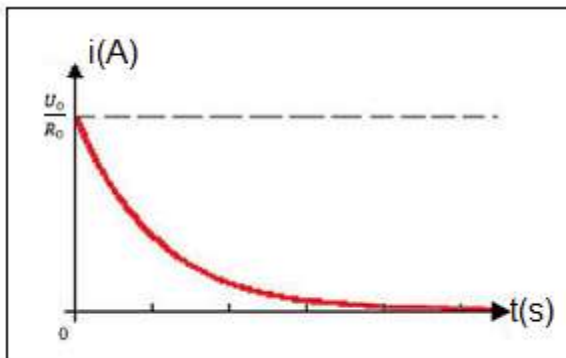
$$i(t) = \frac{2,25}{50} \cdot e^{-\frac{t}{50 \times 0,1}} \Rightarrow i(t) = 0,045 \cdot e^{-0,2t} \quad \text{ت.ع.}$$

• تمثل هيئة المنحنى  $i(t)$  :

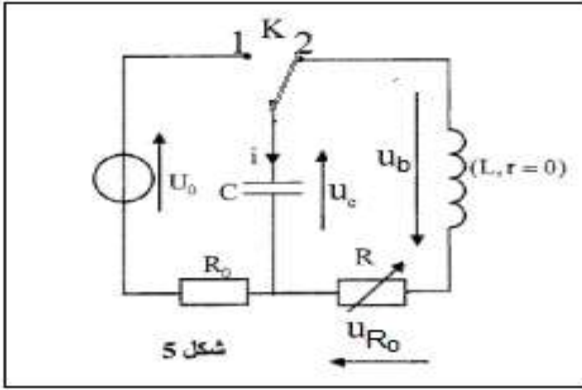
باستعمال الشكل 2 نحدد المدة  $\Delta t$  الذي استغرقها الشحن الكلي لمكثف مريم

وهي :  $\Delta t = 1,5 s$  وتمثل مدة الشحن الكلي لمكثف أحمد نكتب :

$$R_0 = \frac{\Delta t}{5C} = \frac{1,5}{5 \times 0,1} \Rightarrow R_0 = 3 \Omega \quad \text{ومنه : } 5R_0 \cdot C = \Delta t \quad \text{أي: } \Delta t = 5\tau$$



### 3-التذبذبات في دائرة RLC



3.1-أ- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر  $u_c$ :

حسب قانون إضافية التوترات : (1)  $u_b + u_R + u_c = 0$

حسب قانون أوم :  $u_L = L \frac{di}{dt} + ri = L \frac{di}{dt}$  لأن  $r = 0$

$u_R = R_1 \cdot i = 0$  لأن  $R_1 = 0$

المعادلة (1) تكتب :  $L \frac{di}{dt} + u_c = 0$

مع :  $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_c)}{dt} = C \frac{du_c}{dt}$  و  $\frac{di}{dt} = C \cdot \frac{d^2u_c}{dt^2}$

تكتب المعادلة التفاضلية على الشكل :  $L \cdot C \frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = 0$

$$\text{أو : } \frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot u_c = 0$$

• -إيجاد تعبير الدور الخاص :

حل المعادلة التفاضلية يكتب :  $u_c = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$  بالاشتقاق نحصل على :  $\frac{du_c}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0} U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$

بالاشتقاق مرة ثانية نحصل على :  $\frac{d^2u_c}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 U_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$\left[ -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{L \cdot C} \right] \cdot \frac{u_c(t)}{\neq 0} = 0 \iff -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_c(t) + \frac{1}{L \cdot C} \cdot u_c(t) = 0$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$$

ومنه :  $-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{L \cdot C} = 0$  أي :  $\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$  وبالتالي

• تحديد قيمة L :

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}$$

لدينا :  $T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$  أي :  $T_0^2 = 4\pi^2 L \cdot C$  ومنه :

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \times 0,1} \Rightarrow L = 0,25 \text{ H}$$

مبيناً و حسب الشكل 6 الدور الخاص هو  $T_0 = 1\text{s}$  ت.ع.

ب- حساب  $I_{max}$  شدة التيار القصوى :

حسب تعبير الطاقة الكلية :  $E_T = E_e + E_m = \frac{1}{2} C \cdot U_c^2 + \frac{1}{2} L \cdot i^2 = cte$

عندما تكون  $E_e$  قصوى أي  $E_e = \frac{1}{2} C \cdot U_0^2$  تكون  $i = 0$  وبالتالي

وعندما تكون  $E_m$  قصوى أي :  $E_m = \frac{1}{2} L \cdot I_{max}^2$  تكون  $u_c = 0$  وبالتالي

نكتب من العبارتين :  $\frac{1}{2} C \cdot U_0^2 = \frac{1}{2} L \cdot I_{max}^2$  أي :  $I_{max}^2 = \frac{C}{L} \cdot U_0^2$  نستنتج :  $I_{max} = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}$

$$I_{max} = 2,25 \times \sqrt{\frac{0,1}{0,25}} \Rightarrow I_{max} \approx 1,42 \text{ A}$$

ت.ع. :

3.2-إيجاد تعبير  $\frac{dE_T}{dt}$  :

حسب تعبير الطاقة الكلية للدائرة :  $E_T = \frac{1}{2} C \cdot U_c^2 + \frac{1}{2} L \cdot i^2$  مع :  $i = C \frac{du_c}{dt}$

$$E_T = \frac{1}{2}C.U_c^2 + \frac{1}{2}L.C^2 \left(\frac{du_c}{dt}\right)^2 \Leftrightarrow E_T = \frac{1}{2}C.U_c^2 + \frac{1}{2}L.C \left(\frac{du_c}{dt}\right)^2$$

ننجز الاشتقاق ل  $E_T$  :

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2}C.U_c^2 + \frac{1}{2}L.C^2 \left(\frac{du_c}{dt}\right)^2 \right] = \frac{1}{2}C \cdot \frac{d}{dt}(U_c^2) + \frac{1}{2}L.C^2 \frac{d}{dt} \left[ \left(\frac{du_c}{dt}\right)^2 \right]$$

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{1}{2}C \cdot \frac{d}{dt} \left( 2u_c \cdot \frac{du_c}{dt} \right) + \frac{1}{2}L.C^2 \frac{d}{dt} \left[ 2 \frac{du_c}{dt} \cdot \frac{d^2u_c}{dt^2} \right] \Rightarrow \frac{dE_T}{dt} = C \cdot \frac{du_c}{dt} \left( u_c + L.C \frac{d^2u_c}{dt^2} \right)$$

$$\frac{dE_T}{dt} = i \left( u_c + L.C \frac{d^2u_c}{dt^2} \right) \quad (1)$$

من خلال المعادلة التفاضلية  $L.C \cdot \frac{d^2u_c}{dt^2} + R_2.C \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c = 0$  إذن  $L.C \cdot \frac{d^2u_c}{dt^2} + R_2.C \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c = -R_2.C \cdot \frac{du_c}{dt} = -R_2 \cdot i$

$$\frac{dE_T}{dt} = -R_2 \cdot i^2$$

العلاقة (1) تكتب :

### تمرين 3

الجزء الاول : من السقوط الحر الى السقوط بالاحتكاك

#### 1-دراسة حركة الكرية ( $a$ ) في الهواء

1.1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة  $v$  لمركز قصور الكرية :

المجموعة المدروسة : الكرية

جرد القوى :  $\vec{P}$  : زونها فقط

تطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم ( $O; \vec{j}$ ) المرتبط بالأرض والذي نعتبره غاليليا .

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور  $Oy$  :

$$P = m \cdot a_y \quad \text{أي} \quad ma_y = mg \quad \text{ومنه} \quad \frac{dv}{dt} = g$$

1.2-حساب الارتفاع  $h$  :

سرعة الكرية :  $v = g \cdot t + v_0$  مع  $v_0 = 0$

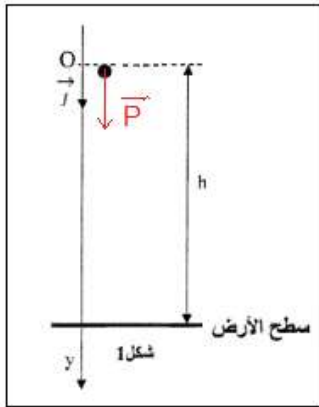
المعادلة الزمنية :  $y = \frac{1}{2}gt^2 + y_0$  مع  $y_0 = 0$

تصل الكرية الى سطح الارض عند  $t_a = 0,41$  s حيث  $y = h$  : المعادلة التفاضلية تكتب :

$$h = \frac{1}{2}gt_a^2$$

$$h = \frac{1}{2} \times 9,80 \times (0,41)^2 \Rightarrow h = 0,82 \text{ m}$$

ت.ع :





## 2-دراسة حركة الكرة (b) في الماء :

2.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة  $v$  لمركز قصور الكرة :

المجموعة المدروسة : الكرة (b)

جرد القوى :

$\vec{P}$  : وزنها

$\vec{F}$  : دافعة أرخميدس

$\vec{f}$  : قوة الاحتكاك

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :  $\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$  أي :  $\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$

الإسقاط على المحور  $Oy$  :  $m \cdot g - \rho \cdot V \cdot g - K \cdot v^2 = P - F - f = m \cdot a_G$

$$\frac{dv}{dt} = \left(1 - \frac{\rho \cdot V}{m}\right) g - \frac{K}{m} \cdot v^2$$

2.2- تحديد قيمة  $K$  بالاعتماد على الشكل 2 :

في النظام الدائم تصبح السرعة ثابتة :  $v = v_l = cte$  ومنه :  $\frac{dv}{dt} = 0$

$$K = g \frac{(m - \rho \cdot V)}{v_l^2} \quad \text{أو} \quad K = \frac{m \cdot g \left(1 - \frac{\rho \cdot V}{m}\right)}{v_l^2} \quad \text{نستنتج} \quad \left(1 - \frac{\rho \cdot V}{m}\right) g - \frac{K}{m} \cdot v_l^2 = 0$$

مبيانيا حسب الشكل 2 نحصل على  $v_l = 0,85 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$K = 9,80 \times \frac{(6 \cdot 10^{-3} - 10^3 \times 2,57 \cdot 10^{-6})}{(0,85)^2} = 4,56 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \quad \text{ت.ع.}$$

2.3- حساب  $a_{th}(0)$  التسارع النظري لتسارع  $G$  :

عند  $t = 0$  لدينا :  $v(0) = 0$  المعادلة التفاضلية تكتب :  $a_{th}(0) = \left(1 - \frac{\rho \cdot V}{m}\right) g$

$$a_{th}(0) = \left(1 - \frac{10^3 \times 2,57 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-3}}\right) \times 9,80 \Rightarrow a_{th} = 5,60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \quad \text{ت.ع.}$$

• التحقق من توافق قيمة  $a_{th}$  مع قيمة  $a_{exp}$  القيمة التجريبية لتسارع  $G$  :

القيمة التجريبية لتسارع مركز قصور الكرة توافق المعامل الموجه لماس المنحنى  $v(t)$  عند اللحظة  $t = 0$  حيث :

$$a_{exp}(0) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0,56 - 0}{0,10 - 0} = 5,60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

نلاحظ أن قيمة  $a_{th}(0)$  تتوافق مع قيمة  $a_{exp}(0)$  أي :  $a_{th}(0) \approx a_{exp}(0)$

3- الفرق بين مدتي السقوط :

3.1- التعبر عن المدة  $\Delta t$  :

• ليكن  $t_1$  مدة سقوط الكرة (a) في الهواء بعد قطع الارتفاع  $2h$  :  $2h = \frac{1}{2} g t_1^2$  بما أن  $h = \frac{1}{2} g t_a^2$  (السؤال 1.2) نحصل على :

$$t_1 = t_a \sqrt{2} \quad \text{أي} \quad 2t_a^2 = t_1^2$$

• ليكن  $t_2$  مدة سقوط الكرة (b) في الماء بعد قطع الارتفاع  $2h$  : بحيث :  $t_2 = t_b + \frac{h}{v_l}$

$t_b^*$  مدة السقوط خلال الارتفاع  $h$  الاول حيث تصل الى النظام الدائم .

$t_b' = \frac{h}{v_l}^*$  مدة السقوط خلال الارتفاع  $h$  الثاني تكون حركتها مستقيمة منتظمة .

$$\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow \Delta t = t_b + \frac{h}{v_l} - t_a \sqrt{2} \quad \text{المدة الفاصلة بين لحظتي وصول الكرتين الى سطح الأرض} :$$

$$\Delta t = 1,1 + \frac{0,82}{0,85} - 0,42\sqrt{2} \Rightarrow \Delta t \approx 1,48 \text{ s}$$

### الجزء الثاني : من المدار الدائري المنخفض الى المدار الدائري المرتفع

1-تحديد بعد الثابتة  $G$  باستعمال معادلة الأبعاد :

$$[G] = \frac{[F][L]^2}{[M]^2} \Leftarrow G = \frac{F \cdot d^2}{m \cdot M} \quad \text{ومنه } F = G \frac{m \cdot M}{d^2}$$

$$[F] = [M] \cdot [L][T]^{-2} \quad \text{ومنه } [a] = \frac{[L]}{[t]^2} = [L][T]^{-2} \Leftarrow a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad \text{ولدينا } F = m \cdot a$$

$$[G] = \frac{[M] \cdot [L][T]^{-2}[L]^2}{[M]^2} \Rightarrow [G] = [L]^3 \cdot [T]^{-2} \cdot [M]^{-1}$$

وحدة الثابتة  $G$  هي :  $m^3 \cdot s^{-2} \cdot kg^{-1}$

2-تعبير  $T_1$  بدلالة  $r_1$  و  $T_2$  و  $r_2$ .

تطبيق القانون الثالث لكيبلر على المدار المنخفض :  $T_1^2 = Kr_1^3$

تطبيق القانون الثالث لكيبلر على المدار المرتفع :  $T_2^2 = Kr_2^3$

$$T_1 = T_2 \sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3} \Leftarrow T_1^2 = \frac{T_2^2}{r_2^3} \cdot r_1^3 \Leftarrow \frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3}$$

$$T_1 = 24 \sqrt{\left(\frac{6700}{42400}\right)^3} \Rightarrow T_1 = 1,51 \text{ h} \quad \text{تطبيق عددي :}$$

3-تعبير  $\vec{a}_S$  متجهة التسارع للقمر (S) :

المجموعة المدروسة : القمر الإصطناعي (S)

جاء القوى : قوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الارض على القمر :  $\vec{F}_{T/S} = -G \frac{m \cdot M_T}{OE^2} \cdot \vec{u}$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :  $\vec{F}_{T/S} = m \cdot \vec{a}_S$  أي :  $-G \frac{m \cdot M_T}{OE^2} \cdot \vec{u} = m \cdot \vec{a}_S$  متجهة التسارع :  $\vec{a}_S = -G \frac{M_T}{OE^2} \cdot \vec{u}$

المنظم هو :  $a_s = G \cdot \frac{M_T}{OE^2} \cdot \|\vec{u}\|$

أي :  $a_s = G \cdot \frac{M_T}{OE^2}$

تحديد المسافة  $OE$  :

بما أن النقطة  $E$  تنتمي الى المحور الصغير

للإهليج ، فإن :  $OE = O'E$  حسب خاصية

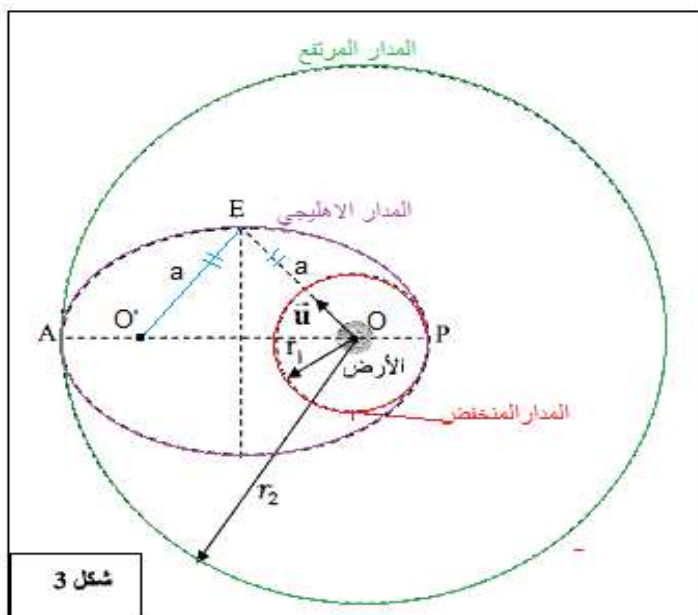
الإهليج فإن :  $2a = OE + O'E$

النقطة  $E$  توجد على نفس المسافة من

البؤرتين أي :  $OE = O'E$  ومنه :  $2OE = 2a$

$OE = a$

حسب خاصية الإهليج طول المحور الكبير :



شكل 3

أي :

$$O'A = r_2 \text{ و } OA = r_1 : \text{ مع } OA + O'A = 2a$$

$$\text{ومنه : } r_1 + r_2 = 2a$$

$$\text{وبالتالي : } a = \frac{r_1 + r_2}{2} \text{ أي } OE = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

$$a_s = G \cdot \frac{M_T}{\left(\frac{r_1 + r_2}{2}\right)^2} \Rightarrow a_s = 4G \cdot \frac{M_T}{(r_1 + r_2)^2} \Rightarrow \text{التساع } a_s \text{ يكتب :}$$

$$a_s = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{6 \cdot 10^{24}}{[(6700 + 42200) \times 10^3]^2} \Rightarrow a_s = 0,67 \text{ m.s}^{-2}$$