عناصر الإجابة الخاصة بالامتحان الوطني الدورة العادية 2011 علوم رياضية

Prof : Bensad salaheddine
الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ: محمد شرحبيلي

الكيـــمـيـــاء

الجزء الأول التعرف على محلولين حمضين عن طريق المعايرة – تصنيع الإستر

التعرف على محلولين حمضين عن طريق المعايرة

1-1. معادلة تفاعل كل حمض مع الماء

- تفاعل الحمض الكربوكسيلي مع الماء تفاعل غير كلي معادلته

$S_1 \qquad RCOOH + H_2O \leftrightarrows RCOO^- + H_3O^+$

- تفاعل حمض بيركلوريك مع الماء تفاعل كلي لأن $\tau = 1$ معادلة تفاعل :

$S_2 \qquad HClO_4 + H_2O \longrightarrow ClO_4^- + H_3O^+$

1-2. معادلة تفاعل المعايرة بالنسبة لكل حمض

- تفاعل المعايرة بالنسبة للحمض الكربوكسيلي $RCOOH$
- $RCOOH + HO^- \longrightarrow RCOO^- + H_2O$
- تفاعل المعايرة بالنسبة للحمض بيركلوريك

حمض بيركلوريك يتفاعل كليا مع الماء ليعطي أيونات H_3O^+ ومنه فان تفاعل المعايرة يحدث في هذه الحالة بين أيونات H_3O^+ وأيونات HO^- حسب المعادلة التالية

$$H_3O^+ + HO^- \longrightarrow 2H_2O$$

1-3. تحديد pH التكافؤ بالنسبة لكل خليط

الطريقة المتبعة هي طريقة المماسات (**انظر الدرس**)

- بالنسبة للمنحنى A $pH_{EA} = 7$
- بالنسبة للمنحنى A $pH_{EB} = 8{,}5$

هام تفاعل الحمض الكربوكسيلي مع الماء تفاعل غير كلي (حمض ضعيف) و هذا يعني أن $pH_E > 7$ و ذلك لأننا نحصل عند التكافؤ أثناء معايرة حمض ضعيف بواسطة قاعدة قوية على محلول قاعدي ($pH_E > 7$)،ومنه فان المنحنى B يوافق معايرة المحلول S_1

1-4. تركيز المحلولين S_1 و S_2

نحصل على التكافؤ عند إضافة الحجم V_{bE} من محلول هيدروكسيد الصوديوم :

- بالنسبة لمعايرة المحلول S_1 $V_{bE1} = 16mL$ بتطبيق علاقة التكافؤ $C_1 = \frac{C_b.V_{bE1}}{V} = 1{,}6.10^{-1}\text{mol/L}$
- بالنسبة لمعايرة المحلول S_2 $V_{bE2} = 10mL$ بتطبيق علاقة التكافؤ $C_2 = \frac{C_b.V_{bE2}}{V} = 1.10^{-1}\text{mol/L}$

1-5. تحديد قيمة pK_A للمزدوجة $RCOOH/RCOO^-$

الجدول الوصفي

		$RCOOH \quad + \quad H_2O \quad \leftrightarrows \quad RCOO^- \quad + \quad H_3O^+$			
	تقدم التفاعل	كميـــات المـــادة بالمـــول			
ح البدئية	0	0	0	بوفرة	$n_0(RCOOH)$
ح الوسطية	x	x	x	بوفرة	$n_0(RCOOH) - x$
ح النهائية	x_f	x_f	x_f	بوفرة	$n_0(RCOOH) - x_f$

Prof : Bensad salaheddine
الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ: محمد شرحبيلي

تعبير ثابتة الحمضية $K_A = \frac{[RCOO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[RCOOH]_{éq}}$

من خلال الجدول الوصفي

لدينا $n_{éq}(H_3O^+) = x_f$ و $n_{éq}(RCOO^-) = x_f$ و منه $[RCOO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq}$

و $n_r(RCOOH) = n_0(RCOOH) - x_f$ (كمية المادة المتبقة من الحمض الكربوكسيلي)

التركيز المولي الفعلي للكمية المتبقية هو: $[RCOOH]_{éq} = \boldsymbol{C_1} - [H_3O^+]_{éq}$

يصبح تعبير ثابتة الحمضية كالتالي: $\boldsymbol{K_A} = \frac{[H_3O^+]^2_{éq}}{\boldsymbol{C_1} - [H_3O^+]_{éq}}$

هام

تركيز أيونات H_3O^+ يتم تحديدها من pH المحلول S_1، أي قيمة pH الموافقة للحجم $V_b = 0mL$ بالنسبة للمنحنى B إذن $pH_0 \approx 2{,}5$

$$\boldsymbol{pK_A = -logK_A = -log\left(\frac{[H_3O^+]^2_{éq}}{C_1 - [H_3O^+]}\right)}$$

ت ع $\boldsymbol{pK_A = -log\left(\frac{10^{-5}}{1{,}6.10^{-1} - 10^{-2{,}5}}\right) = 4{,}2}$

تصنيع الإستر

2. تصنيع إستر انطلاقا من الحمض الكربوكسيلي السابق

2-1. انطلاقا من الإستر الناتج ،نستنتج أن الحمض الكربوكسيلي هو حمض البنزويك صيغته الكيميائية هي: C_6H_5COOH

2-2. كمية مادة الإستر المتكون

يمكن الاستعانة بجدول وصفي فنجد:

$n_r(RCOOH) = n_0(RCOOH) - x_f$ (كمية مادة حمض البنزويك المتبقية)

$n_f(\text{الإستر}) = x_f$ كمية مادة الإستر المتكون و منه فان:

$$n_f(\text{الإستر}) = n_0(RCOOH) - n_r(RCOOH)$$

ت ع $n_f(\text{الإستر}) = 8{,}2.10^{-3} - 2{,}4.10^{-3} = 5{,}8.10^{-3}mol$

2-3. مردود التصنيع

نعلم أن $r = \frac{n_{exp}}{n_{th}} = \frac{n_f(\text{الإستر})}{n_{max}(\text{الإستر})} = \frac{5{,}8.10^{-3}}{8{,}2.10^{-3}} = 0{,}71 = 71\%$

الجزء الثاني عمود كهربائي بالتركيز

هام

- عمود التركيز لاينتج تيار كهربائيا إلا إدا كان اختلاف في تركيز بين الكأسين حيث تنتقل الإلكترونات من الكأس ذات التركيز الصغير إلى الكأس ذات التركيز الكبير
- عندما يصبح نفس التركيز في الكأسين فان التيار الكهربائي ينعدم فنقول أن المجموعة في حالة توازن ،و منه فان تحديد ثابتة التوازن يعتمد على معطيات التجربة b

1. ثابتة التوازن المقرونة بمعادلة التفاعل

المجموعة في حالة توازن كيميائي أي $I = 0$ إذن: $K = \frac{[Cu^{2+}{}_2]}{[Cu^{2+}{}_1]} = \frac{C_2}{C_1} = 1$

-2

.2-1 تحديد قطبية العمود

لنحسب خارج التفاعل البدئي: $Q_{r,i} = \frac{[Cu^{2+}{}_2]_i}{[Cu^{2+}{}_1]_i} = \frac{0,1}{0,01} = 10$

نلاحظ أن: $Q_{r,i} > K$ ، إذن المجموعة ستتطور في المنحى المعاكس أي منحى تكون أيونات $Cu^{2+}{}_1$ في الكأس 1، و هكذا فنصف المعادلة التي تحدث في الكأس 1 هي : $Cu_{1(s)} \leftrightarrows Cu^{2+}_{1(aq)} + 2e^-$

و هكذا فإن الإلكترونات تنتقل عبر الدارة الخارجية من الصفيحة L₁ نحو الصفيحة L₂ و من تم فالصفيحة

L_1 تمثل القطب السالب و الصفيحة L_2 تمثل القطب الموجب.

.2-2 تعبير التقدم x للتفاعل بدلالة الزمن

لدينا $Q = n(e^-).F = I.\Delta t$ ومنه $\boldsymbol{n(e^-)} = \frac{I.\Delta t}{F}$ نضع $\Delta t = t$ مدة الاشتغال و $I = I_1$

من خلال نصف المعادلة $Cu_{1(s)} \leftrightarrows Cu^{2+}_{1(aq)} + 2e^-$ و الجدول الوصفي نجد $\boldsymbol{n(e^-) = 2x}$ ومنه

$$\boldsymbol{x} = \frac{\boldsymbol{n(e^-)}}{2} = \frac{I_1.t}{2F}$$

ت ع $\boldsymbol{x} = \frac{0,140}{2*96500}t = 7,25.10^{-7}.t$

انتباه حساب نسبة التقدم τ وليس تقدم التفاعل فقط

لدينا $\tau = \frac{x}{x_{max}}$

لتحديد x_{max} ينبغي اعتماد نصف المعادلة الكيميائية التي تحدث في الكأس 2 ، حيث أن المتفاعل المحد هو $Cu^{2+}_{2(aq)}$:

$$Cu^{2+}_{2(aq)} + 2e^- \leftrightarrows Cu_{2(s)}$$

$$x_{max} = C_2.V_2$$

لدينا: $\boldsymbol{x(t = 30min)} = \frac{I_1.t}{2F}$ و و منه فان $\tau = \frac{I_1.t}{2F.C_2.V_2}$

ت ع $\boldsymbol{\tau = \frac{0,140*30*60}{2*96500*0,1*0,05} = 0,26 = 26\%}$

.2-3 تحديد قيمة التركيزين

الجدول الوصفي

	$\mathbf{Cu^{2+}_1}$	$+$ $\mathbf{Cu_2}$	$\leftrightarrows$ $\mathbf{Cu^{2+}_2}$	$+$ $\mathbf{Cu_1}$
	تقدم التفاعل	**كميات المادة بالمول**			
ح البدئية	$\mathbf{0}$	$\boldsymbol{C_1V_1}$	$n_0(\mathbf{Cu}_2)$	$\boldsymbol{C_2V_2}$	$n_0(\mathbf{Cu}_1)$
ح الوسطية	$\boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{C_1V_1} + \mathrm{x}$	$n_0(\mathbf{Cu}_2) + \mathrm{x}$	$\boldsymbol{C_2V_2} - \mathrm{x}$	$n_0(\mathbf{Cu}_1) - \mathrm{x}$
ح النهائية	$\boldsymbol{x_f}$	$\boldsymbol{C_1V_1} + \mathrm{x}_f$	$n_0(\mathbf{Cu}_2) + \mathrm{x}_f$	$\boldsymbol{C_2V_2} - x_f$	$n_0(\mathbf{Cu}_1) - x_f$

نرمز لثابتة هذا التفاعل بالرمز K' ، بحيث : $K' = \frac{1}{K} = \frac{[Cu^{2+}{}_1]_{éq}}{[Cu^{2+}{}_2]_{éq}} = 1$

من خلال الجدول الوصفي نجد:

$$[\mathbf{Cu^{2+}_2}]_{éq} = \frac{\boldsymbol{C_2V_2 - x_f}}{\boldsymbol{V_2}}$$

$$[\mathbf{Cu^{2+}_1}]_{éq} = \frac{\boldsymbol{C_1V_1 + x_f}}{\boldsymbol{V_1}}$$

عند التوازن (عند استهلاك العمود) يتحقق لدينا $[\mathbf{Cu^{2+}_2}]_{éq} = [\mathbf{Cu^{2+}_1}]_{éq}$

Prof : Bensad salaheddine
الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ: محمد شرحبيلي

و منه: $\frac{C_2V_2-x_f}{V_2}=\frac{C_1V_1+x_f}{V_1}$ و بما أن $V_2=V_1$

إذن: $\boldsymbol{C_2V_2}-x_f=\boldsymbol{C_1V_1}+x_f$

أي: $\frac{x_f}{\boldsymbol{V_1}}=\frac{(C_2-C_1)}{\boldsymbol{2}}$ $(V_2=V_1$ لأن$)$

و منه: $[\mathbf{Cu^{2+}_1}]_{éq}=\frac{C_1V_1+x_f}{V_1}=\boldsymbol{C_1}+\frac{(C_2-C_1)}{2}=\frac{C_2+C_1}{2}$

ت ع: $[\mathbf{Cu^{2+}_1}]_{éq}=\frac{0{,}1+0{,}01}{2}=5{,}5.10^{-2}mol.L^{-1}$

لدينا: $[\mathbf{Cu^{2+}_2}]_{éq}=[\mathbf{Cu^{2+}_1}]_{éq}=5{,}5.10^{-2}mol.L^{-1}$

الفــــــيزيـــاء الـنـووية

التأريخ بالكربون

1-1. معادلة التفتت الكربون 14 : $^{14}_{6}C\ \rightarrow\ ^{A}_{Z}Y\ +\ ^{0}_{-1}\mathrm{e}$

- انحفاظ العدد الإجمالي للنويات: $A=14-0=14$

- انحفاظ الشحنة الكهربائية: $Z=6+1=7$

إذن النواة المتولدة $^{A}_{Z}Y$ هي $^{14}_{7}N$

و منه: $^{14}_{6}C\ \rightarrow\ ^{14}_{7}N+\ ^{0}_{-1}\mathrm{e}$

1-2. معادلة التفتت الكربون 11 : $^{11}_{6}C\ \rightarrow\ ^{A'}_{Z'}\mathrm{B}+\ ^{A}_{Z}\mathrm{x}$

حسب مخطط سيغري نجد أن *Z'=5* و منه نجد: *Z=6-5=1* (انحفاظ الشحنة الكهربائية)

و بالتالي فالإشعاع الناتج عن هذا التحول هو β^+ : $(^{0}_{1}\mathrm{e})$

و منه نجد *A'=11-0=11*

و هكذا نكتب معادلة التحول كالتالي: $^{11}_{6}C\ \rightarrow\ ^{11}_{5}\mathrm{B}+\ ^{0}_{1}\mathrm{e}$

2. استغلال مخطط الطاقة :

1-2. طاقة الربط بالنسبة لنوية لنواة الكربون 14

$$\mathrm{E}=\frac{E_l(^{14}_{6}C)}{A}=\frac{13146{,}2-13047{,}2}{14}$$

ت ع $\mathrm{E}=7{,}08\approx7{,}1Mev/nucleon$

2-2. القيمة المطلقة للطاقة الناتجة عن تفتت الكربون 14

انطلاقا من مخطط الطاقة نستنتج أن القيمة المطلقة الناتجة عن تفتت نواة الكربون 14 هي:

$$E=13047{,}1-13044{,}3=2{,}8Mev$$

3. تحديد عمر قطعة خشب

3-1 تحديد عدد نوى الكربون الموجودة في القطعة ذات الكتلة $\boldsymbol{m=0,295g}$

نعبر عن عدد نوى الكربون بالعلاقة التالية $N(C)=\frac{m(C).N_A}{M(C)}$ حيث $m(C)=\frac{51{,}2m}{100}$ تمثل كتلة الكربون الموجودة في الكتلة $m=0{,}295g$ و منه فإن $N(C)=\frac{\mathbf{51{,}2.}m.N_A}{\mathbf{100}M(C)}$

ت ع $N(C)=\frac{\mathbf{51{,}2*0{,}295*6{,}02.10^{23}}}{\mathbf{100}M(C)}=\mathbf{7{,}58.10^{21}}$

تحديد عدد نوى الكربون 14 الموجودة في القطعة ذات الكتلة $\boldsymbol{m=0,295g}$

نعلم أن $\frac{N({}^{14}_{6}C)_0}{N(C)} = 1,2.10^{-12}$ و تبقى ثابتة ومنه فإن $N({}^{14}_{6}C)_0 = 1,2.10^{-12}.N(C)$

ت ع $N({}^{14}_{6}C)_0 = 9,1.10^{9}$

2-3 عمر قطعة الخشب

بتطبيق قانون التناقص الإشعاعي نجد $a(t) = a_0.e^{-\lambda t}$

عند اللحظة t التي تمثل عمر الخشب القديم لدينا: $a(t) = \frac{1,4}{60}Bq$ (عدد التفتتات في الثانية الخاصة بالكربون 14)

$a_0 = \lambda.N({}^{14}_{6}C)_0 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}.N({}^{14}_{6}C)_0$ نشاط العينة المشعة عند اللحظة t=0

ومنه: $a(t) = a_0.e^{-\lambda t} = \lambda.N({}^{14}_{6}C)_0.e^{-\lambda t}$

$$\Leftrightarrow \frac{\lambda.N({}^{14}_{6}C)_0}{a(t)} = e^{\lambda t}$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{\lambda.N({}^{14}_{6}C)_0}{a(t)}\right) = \lambda t$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{\lambda.N({}^{14}_{6}C)_0}{a(t)}\right) = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}\ln\left(\frac{\ln 2.N({}^{14}_{6}C)_0}{t_{1/2}.a(t)}\right)$$

ت ع: $t = \frac{5730}{\ln 2}.\ln\left[\frac{\ln 2 * 9,1.10^{9} * 60}{5730 * 3,15.10^{7} * 1,4}\right] = 3340ans$

الكــــــهربـــاء

1. التذبذبات الكهربائية في حالة مقاومة الوشيعة مهملة

1-1. بتطبيق قانون إضافية التوترات نجد : $u_L + u_C = 0$

$$L\frac{di}{dt} + uc = 0$$

$$L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \qquad (1)$$

نقوم باشتقاق العلاقة 1 بالنسبة للزمن فنجد:

$$\frac{d}{dt}\left(L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}\right) = 0 \quad \Rightarrow L\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{1}{C}\frac{d(q)}{dt} = 0$$

و منه: $L\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{i}{C} = 0$

و بالتالي: فإن $\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{i}{LC} = 0$ هي المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي

1-2. استغلال الشكلين 1 و 2 (مقاومة الوشيعة مهملة)

أ. الطاقة الكلية الدارة عند اللحظة هي : $E_T = E_m + E_e$

عند اللحظة $t = \frac{0,01}{2}$ تكون الطاقة المخزونة في الوشيعة قصوى و الطاقة المخزونة في المكثف منعدمة و منه

فإن: $E_T = E_m = 5,8.10^{-7}J$

الطاقة المخزونة في الدارة تتحفظ فإن $E_T = E_m + E_e = E_{m,max} = E_{e,max}$ و منه فإن

$$E_T = E_{e,max} = \frac{1}{2}CU_0^2 \quad \Rightarrow U_0 = \sqrt{\frac{2.E_T}{C}}$$

ت ع $U_0 = 12V$

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين

الأستاذ: محمد شرحبيلي

ب. قيمة L معامل تحريض الوشيعة

بما أن الطاقة المخزونة في الدارة تحفظ فإن $E_T = E_{m,max}$ و منه فإن

$$E_T = \frac{1}{2}LI_{max}^2 \quad \Rightarrow \quad L = \frac{2E_T}{I_{max}^2}$$

لدينا $I_{max} = 30mA$ من خلال منحنى الشكل 2

ت ع $L = \frac{2*5,8.10^{-7}}{9.10^{-4}} = 1,2910^{-3} \approx 1,3.10^{-3}H$

2. **استجابة وشيعة ذات مقاومة مهملة لرتبة توتر**

2-1. المعادلة التفاضلية في المجال $0 \le t \le \frac{T}{2}$

بتطبيق قانون اضافية التوترات نجد $u_R + u_L = E$

و منه $Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} = E$

و بالتالي: $\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = \frac{E}{L}$

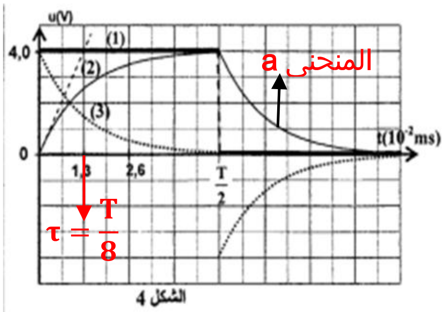
2-2. المنحنى الموافق لكل توتر

أ. من خلال حل المعادلة التفاضلية $(t) = I_p(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ نلاحظ $i(0) = 0$ **و بالتالي فإن** $u_R(0) = R.i(0) = 0$

إذن المنحنى 2 يوافق التوتر u_R

وبما أن $u_L(t) = L\frac{di}{dt} = L\frac{I_p}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ **و منه فإن**

$u_L 0) = L\frac{I_p}{\tau} \neq 0$ **إذن المنحنى3 يوافق التوتر** u_L



ب. **نعلم أن** $\tau = \frac{L}{R}$ **و بالتالي فإن**

$u_L 0) = R.I_p = E$ **و منه فإن** $I_p = \frac{E}{R}$ ت ع $I_p = 4.10^{-2}A$

2-3. تعبير شدة التيار الكهربائي في المجال $\frac{T}{2} \le t \le T$

لدينا $i(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

لنحدد أولا تعبير A بالإعتماد على المنحنى a أنظر الشكل 4

العلاقة بين ثابتة الزمن **τ** و الدور **T** من خلال الشكل4 أنظر الشكل $\tau = \frac{T}{8}$

بما أن أصل التواريخ لم يتغير فإن $i\left(\frac{T}{2}\right) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} = Ae^{-\frac{T/2}{T/8}} = Ae^{-4} = \frac{E}{R} \quad \Rightarrow A = \frac{E}{R}e^4$

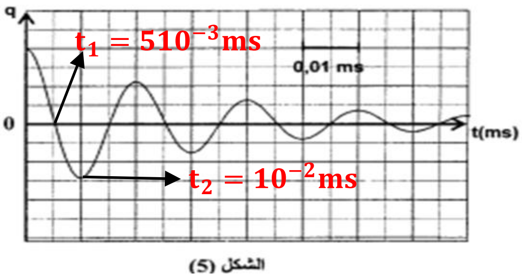
و منه فإن $i(t_1) = \frac{E}{R}e^4e^{\frac{t_1}{\tau}}$

و بتعويض $t_1 = \frac{3T}{4}$ في $i(t_1)$ مع $\frac{t_1}{\tau} = 6$

$i(t_1) = \frac{E}{R}e^4e^{-\frac{t_1}{\tau}} = \frac{E}{R}e^4e^{-6} = \frac{E}{R}e^{-2}$ مع $\frac{E}{R} = I_P$

و بالتالي $i(t_1) = I_Pe^{-2}$

3. **التذبذبات في حالة وشيعة ذات مقاومة غير مهملة**



3-1. تكون الطاقة المخزونة في الوشيعة قصوى عندما تكون

الطاقة المخزونة في المكثف منعدمة أي $u_C = 0$ أو $q = 0$

عند $t_1 = 510^{-3}ms$ لدينا: $q = 0$ و بالتالي الطاقة المخزونة في الدارة هي الطاقة المخزونة في الوشيعة ، حيث تكون الطاقة المخزونة في الوشيعة عند هذه اللحظة قصوى (أنظرالشكل)

أ) صحيح بينما ب) خطأ

Prof : Bensad salaheddine
الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ: محمد شرحبيلي

عند اللحظة $t_2 = 10^{-2}ms$ لدينا $q = -q_{max}$ ومنه الطاقة المخزونة في المكثف قصوى وبالتالي الطاقة المخزونة في الوشيعة دنيا . ج) خطأ بينما د) صحيح

3-2. المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف:

لدينا: $u_L + u_C = 0$

$$ri + L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

نعلم أن $i = \frac{dq}{dt}$ و $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$

إذن بالتعويض نحصل على: $r\frac{dq}{dt} + L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$

و منه: $$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0 \qquad (1)$$

لدينا: $$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\lambda.\frac{dq}{dt} + \frac{4\pi^2}{T_0^2}.q = 0 \qquad (2)$$

بمقارنة المعادلتين (1) و (2) نجد:

$\lambda = \frac{r}{2L}$ و $\frac{4\pi^2}{T_0^2} = \frac{1}{LC}$ أي $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ الدور الخاص للدارة.

3-3. الشرط الذي يجب أن تحققه المقاومة لكي تكون $T \approx_0$

من خلال العلاقة $\boldsymbol{T} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{T_0^2} - \frac{\lambda^2}{4\pi^2}}}$ يجب أن تكون $\frac{\lambda^2}{4\pi^2}$ مهملة أمام $\frac{1}{T_0^2}$:

$$\frac{\lambda^2}{4\pi^2} \ll \frac{1}{T_0^2}$$

بتعويض λ^2 بتعبيرها نحصل على: $$\frac{r^2}{4L^2} \ll \frac{4\pi^2}{T_0^2}$$

$$\frac{r^2}{4L^2} \ll \frac{1}{LC}$$

$$r^2 \ll \frac{4L}{C}$$

$$r \ll 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

الــــــــــــميكـــــانيك

الجزء الأول دراسة حركة متزلج

1. يغادر المتزلج السكة عند اللحظة $t = 0$ بسرعة v_0

1-1. المعادلة التفاضلية التي تحققها إحداثيات متجهة السرعة

بتطبيق قانون الثاني لنيوتن نجد $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$

المتزلج في سقوط حر يخضع لوزنه $\vec{P}$ فقط

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

الإسقاط على المحور $(0;\vec{\imath})$ نجد $a_x = 0 \Rightarrow \frac{dV_x}{dt} = 0$

الإسقاط على المحور $(0;\vec{\jmath})$ نجد $a_y = -g \Rightarrow \frac{dV_y}{dt} = -g$

Prof : Bensad salaheddine
الأستاذ : بنساعد صلاح الدين
الأستاذ: محمد شرحبيلي

1-2. معادلة المسار

المعادلة الزمنية التي يحققها الأرتوب $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{oy}.t + y_O$

المعادلة الزمنية التي يحققها الأفصول $x(t) = v_{0x}.t + x_0$

بالاعتماد على الشروط البدئية نجد: احداثيات مركز قصور الكرية في المعلم $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

$$\begin{cases} x(t) = v_O cos\alpha.t & 1 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_O sin\alpha.t & 2 \end{cases}$$

نحصل على معادلة المسار بإقصاء الزمن بين المعادلتين الزمنيتين 1و 2 حيث $\boldsymbol{t = \frac{x}{V_O cos\alpha}}$

$$\mathbf{y = -\frac{g}{2v_O^2 cos^2\alpha}x^2 + x.\tan\alpha}$$

2. القيمة الدنيا h_{min} للارتفاع لكي لا يسقط في بركة الماء

لكي لا يسقط المتزحلق في بركة الماء يجب أن يسقط على الأقل عند النقطة B ذات الأفصول $x_B = d = 10m$ و أرتوبها $y_B = -H$.

ليسقط المتزحلق في النقطة B ينبغي أن يصل إلى النقطة O بسرعة $v_O = \sqrt{2gh_{min}}$

بتعويض $x_B = 10m$ و $y_B = -H$ في معادلة المسار نحصل على: $-H = -\frac{g}{2v_O^2 cos^2\alpha}x_B^2 + \tan\alpha.x_B$

إذن : $\frac{g}{2v_O^2 cos^2\alpha}x_B^2 = H + x_B.\tan\alpha$

لدينا في هذه الحالة: $v_O^2 = 2gh_{min}$

و منه بعد التعويض: $\frac{x_B^2}{4h_{min}cos^2\alpha} = H + x_B.\tan\alpha$

و بالتالي: $h_{min} = \frac{x_B^2}{4(H+x_B.\tan\alpha)cos^2\alpha}$

ت ع: $h_{min} = \frac{100}{4(0,5+10.\tan 30)cos^2 30} \approx 5,3m$

الجزء الثاني السقوط الرأسي لكرية فلزية

1. دراسة حركة الكرية في الهواء :

تخضع الكرية إلى وزنه $\vec{P}$ و تأثير الهواء $\vec{R}$

1-1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد $\sum\vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

الإسقاط على المحور Ox نجد: $mg - R = ma \Rightarrow R = m(g-a)$ 1

أثناء سقوط الكرية في الهواء يكون تسارعها ثابت لأن شدة القوة $\vec{R}$ ثابتة حيث تكون المعادلة الزمنية للحركة $\boldsymbol{v(t) = at + v_o t}$ من خلال المنحنى $v_0 = 0$ و منه فإن $\boldsymbol{v(t) = at}$

عند اللحظة t_1 نجد $\boldsymbol{v_1 = at_1 \Rightarrow a = \frac{v_1}{t_1}}$ نعوض في العلاقة 1 نجد

$$\boldsymbol{R = m\left(g - \frac{v_1}{t_1}\right) = \rho_1.V(g - \frac{v_1}{t_1})}$$

1-2. استغلال المنحنى لحساب شدة القوة $\vec{R}$

تصل الكرية إلى سطح الماء عند اللحظة t_1 بسرعة قصوى، وبعدها يبدأ تناقص سرعتها بفعل دافعة أرخميدس

عند اللحظة $\boldsymbol{t_1 = 0,35s}$ نجد قيمة السرعة هي $\boldsymbol{v_1 = 3m/s}$

حساب شدة القوة $\vec{R}$ $\boldsymbol{R = \rho_1.V\left(g - \frac{v_1}{t_1}\right) = 2700 * 4,20.10^{-6}\left(9,80 - \frac{3}{0,35}\right) \approx 1,4.10^{-2}N}$

Prof : Bensad salaheddine

الأستاذ : بنساعد صلاح الدين

الأستاذ: محمد شرحبيلي

2. دراسة حركة الكرية داخل السائل اللزج

2-1. المعادلة التفاضلية الحرفية التي تحققها السرعة v

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد $\sum \vec{F}_{ext} = \mathrm{m}\vec{a} \;\Rightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{F} = m\vec{a}$

الإسقاط على المحور Ox نجد: $mg - f - F = ma$

$$\rho_1 V g - \mathrm{kv} - \rho_2 g V = \rho_1 V \frac{\mathrm{dv}}{dt}$$

$$\frac{\mathrm{dv}}{dt} = g\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) - \frac{k}{\rho_1 V}\mathrm{v}$$

2-2. التحقق من صحة المعادلة التفاضلية 1

تحديد قيمة المقدار $g\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)$ لدينا $g\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) = 9,8\left(1 - \frac{1,26}{2,70}\right) \approx 5,2 m/s^2$

تحديد قيمة المقدار $\frac{k}{\rho_1 . V}$

تصل الكرية عند اللحظة $t_f \approx 0,54s$ إلى السرعة الحدية $v_l \approx 0,2m/s$ حيث $\frac{dv_l}{dt} = 0$ و بالتالي

$$v_l = \frac{g\left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right)}{\frac{k}{\rho_1 . V}} \Rightarrow \frac{k}{\rho_1 . V} = \frac{5,2}{0,2} = 26$$

و بالتالي فإن $\frac{dv}{dt} = 5,2 - 26v$

2-3. تحديد k

بالاعتماد على معادلة الأبعاد نجد:

$$[\mathbf{k}] = \frac{[f]}{[v]} = \frac{[M][a]}{[v]} = \frac{[M][L][t]^{-2}}{[L][t]^{-1}} = [M][t]^{-1}$$

إذن وحدة k هي: $kg.s^{-1}$

تحديد قيمة K

$$\frac{k}{\rho_1 . V} = 26 \Longrightarrow k = 26\rho_1 . V = 26 * 2,70.10^3 * 4,20.10^{-6} \approx 0,3kg/s$$

2-4. طريقة أولير

يحدد التسارع عند اللحظة t_i من خلال المعادلة التفاضلية $a_i = 5,2 - 26v_i$

يعبر عن السرعة في اللحظة $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ بالعلاقة التالية:

$$v_{i+1} = a_i \Delta t + v_i = (5,2 - 26v_i)\Delta t + v_i = 5,2\Delta t + v_i(1 - 26\Delta t)$$

و منه فإن $v_{i+1} = v_i(1 - 26\Delta t) + 5,2\Delta t$

ت ع: $v_{i+1} = 2,38(1 - 26 * 5,00.10^{-3}) + (5,2 * 5,00.10^{-3}) =$

باستعمال $\Delta t = 5ms$ و $v_i = 2,38 m/s$ و منه ت ع $v_{i+1} \approx 2,096 m/s$